

La Serie Universitaria de la Fundación Juan March presenta resúmenes, realizados por el propio autor, de algunos estudios e investigaciones llevados a cabo por los becarios de la Fundación y aprobados por los Asesores Secretarios de los distintos Departamentos.

El texto íntegro de las Memorias correspondientes se encuentra en la Biblioteca de la Fundación (Castello, 77. Madrid-6).

La lista completa de los trabajos aprobados se presenta, en forma de fichas, en los Cuadernos Bibliográficos que publica la Fundación Juan March.

Estos trabajos abarcan las siguientes especialidades: Arquitectura y Urbanismo; Artes Plásticas; Biología; Ciencias Agrarias; Ciencias Sociales; Comunicación Social; Derecho; Economía; Filosofía; Física; Geología; Historia; Ingeniería; Literatura y Filología; Matemáticas; Medicina, Farmacia y Veterinaria; Música; Química; Teología. A ellas corresponden los colores de la cubierta.

Edición no venal de 300 ejemplares, que se reparte gratuitamente a investigadores, Bibliotecas y Centros especializados de toda España.

Este trabajo fue realizado con una Beca de España, 1974. Departamento de Ingeniería.

Fundación Juan March



FJM-Uni 42-Per  
Representación tridimensional de text  
Pero-Sanz Elorz, José Antonio.  
1031751



Biblioteca FJM

Fundación Juan March (Madrid)

SERIE UNIVERSITARIA



Fundación Juan March

# Representación tridimensional de texturas en chapas metálicas del sistema cúbico

José Antonio Pero-Sanz Elorz

FJM

Uni-  
42

Per

42

Representación tridimensional de texturas en chapas metálicas del sistema cúbico/José Antonio Pero-Sanz Elorz



Fundación Juan March  
Serie Universitaria



42

# Representación tridimensional de texturas en chapas metálicas del sistema cúbico

José Antonio Pero-Sanz Elorz



Fundación Juan March  
Castelló, 77. Teléf. 225 44 55  
Madrid - 6  
Fundación Juan March (Madrid)

***La Fundación Juan March no se solidariza necesariamente con las opiniones de los autores cuyas obras publica.***

Depósito Legal: M - 38521-1977

I.S.B.N. 7075 - 068 - 2

Ibérica, Tarragona, 34.- Madrid-7

## INDICE

	Página
I.— ORIGEN DE LA ANISOTROPIA . . . . .	1
II.— CARACTERIZACION DE LA TEXTURA CRISTALOGRAFICA . . . . .	1
III.— REPRESENTACION TRIDIMENSIONAL DE LA TEXTURA . . . . .	3
III.1.— Representación tridimensional de la textura por el método de Williams . . . . .	4
III.2.— Representación tridimensional de la textura por el método de Roe-Bunge . . . . .	8
IV.— APLICACION DE LA FUNCION TEXTURA Y DEL MODELO DE TAYLOR AL CALCULO DEL COEFICIENTE DE ANISOTROPIA NORMAL EN CHAPAS POLICRISTALINAS . . . . .	11
V.— RESULTADOS . . . . .	15
VI.— CONCLUSIONES . . . . .	17
BIBLIOGRAFIA . . . . .	53



Agradecemos a los Sres.P.R.MORRIS (Armco Steel Corporation) y R.O.WILLIAMS (Oak Ridge National Laboratory) toda la información recibida concerniente al cálculo de la función textura.

Agradecemos al Sr.R.PENELLE (Laboratoire de Métallurgie Physique de la Faculté des Sciences de Paris-Sud) sus consejos y experiencia en materia de rayos-X

Agradecemos igualmente a los Sres.P.PARNIERE y B.DEVOS (Institut de Recherches de la Sidérurgie Française) su ayuda material en los cálculos de ordenador del coeficiente de anisotropía normal.

Finalmente, nuestro agradecimiento a la Sra.Horvath y al Sr.J.O.García, por su colaboración en la realización del texto y figuras de este trabajo.



## I .- ORIGEN DE LA ANISOTROPIA.

La mecánica de sólidos continuos supone la naturaleza isótropa de los cuerpos estudiados. No sucede lo mismo en metalurgia física ya que, a escala microscópica, los metales se deforman de modo anisótropo: en efecto, los desplazamientos que sufren los átomos cuando están sometidos a la acción de fuerzas exteriores, se realizan fundamentalmente por deslizamiento o por maclaje, atendiendo a la naturaleza del metal y a las condiciones experimentales de la deformación.

En un material inicialmente isótropo, los fenómenos de deslizamiento y de maclaje inherentes a la deformación, dan origen a la aparición de una textura cristalográfica que resulta ser, entre otras, una de las causas principales del comportamiento anisótropo de los materiales. Otra causa importante de anisotropía en la deformación plástica de los metales, es la existencia de una segunda fase de diferente dureza que la matriz: es el caso, por ejemplo, de los materiales reforzados por fibras y de aleaciones eutécticas orientadas. Conviene hacer notar que la textura no se elimina mediante un tratamiento de revenido o un recocido de recristalización, como ocurriría con el efecto BAUSCHINGER. La importancia de la anisotropía cristalográfica en los metales se encuentra en relación directa con su proceso de conformación; un buen ejemplo es el de las chapas que van a ser sometidas a operaciones de embutición profunda(1).

## II .- CARACTERIZACION DE LA TEXTURA CRISTALOGRAFICA.

La deformación plástica de un policristal, inicialmente isótropo -por laminación o extrusión, por ejemplo- acarrea un giro de los granos que lo componen de modo que, en un hilo trefilado, una o varias direcciones cristalográficas  $\langle uvw \rangle$  se orientan paralelamente a la dirección de fluencia (eje de fibra) y, en las chapas laminadas, ciertos planos cristalinos  $\{hkl\}$  y direcciones cristalográficas  $\langle uvw \rangle$  se orientan con preferencia, paralelamente al plano de laminación y a la dirección de laminación respectivamente.

Pueden determinarse las orientaciones cristalinas de un metal, mediante métodos "puntuales" -figuras de corrosión, diagramas de LAUE en retorno, líneas de KOSSEL, diagramas de microdifracción e-

lectrónica, trazas de planos de deslizamiento -o métodos "estadísticos", basados en la difracción de rayos X o de neutrones, que utilizan un goniómetro de texturas -trazado de figuras de polos directas- o un difractómetro -trazado de figuras de polos inversas-.

Una figura de polos inversa es la proyección estereográfica -en un sistema de ejes ligado al cristal- de la función de densidad  $q_{hkl}$  asociada a una dirección física de la probeta, como es, por ejemplo, el eje de fibra o la normal a la superficie de una chapa (2).

Una figura de polos directa  $\{hkl\}$  es la proyección estereográfica -en un sistema de ejes ligado a la probeta- de la función de densidad de la normal a la familia de planos  $\{hkl\}$ . En una chapa laminada, suelen escogerse como ejes de referencia, la dirección normal al plano de la chapa DN, la dirección de laminación DL y la dirección transversal DT (3).

La determinación de la textura mediante figuras de polos se realiza con ayuda de ciertas orientaciones ideales -monocristales e equivalentes- de modo que, cada componente de la textura encontrada, puede describirse, conforme ya hemos visto anteriormente, mediante una expresión de tipo  $\{hkl\}\langle uvw \rangle$ : el problema consiste pues, en determinar cristalográficamente el conjunto de los principales pares  $\{hkl\}\langle uvw \rangle$  asociados

En la práctica, para determinar estos planos y direcciones, se superponen a la figura de polos  $\{hkl\}_i$  dada, proyecciones standard simétricas -correspondientes a planos cristalográficos de índice bajo, tales como  $\{100\}$ ,  $\{110\}$ ,  $\{111\}$ ,  $\{112\}$  etc.- en los que no se tienen en cuenta más que los polos  $\{hkl\}_i$ , todo ello con el único fin de determinar si, los polos  $\{hkl\}_i$  de una o varias de dichas proyecciones standard, coinciden con los máximos de la figura de polos considerada.

Con excepción de la textura de monocristales, resulta difícil la determinación cuantitativa de la textura de un metal a partir de figuras de polos ya que, la intensidad difractada por un plano cristalográfico, es independiente de la rotación  $\gamma$  alrededor de su normal, lo que equivale a decir que la intensidad  $q(\chi, \eta)$  en un punto de una figura de polos, es generada por una infinidad de

componentes  $\{hkl\}\langle uvw\rangle$ . La densidad de polos en dicho punto, es pues integral curvilínea según un camino  $\gamma$  de una función tridimensional  $F(\psi, \theta, \phi)$ :  $\psi, \theta, \phi$  son los tres ángulos de EULER, que permiten conocer si se hace abstracción de los tres parámetros de posición  $(x, y, z)$ , la orientación de un grano en la chapa. En estas condiciones, la densidad de polos  $q(\chi, \eta)$  en una figura de polos  $\{hkl\}$ , viene dada por la expresión;

$$q(\chi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\psi, \theta, \phi) d\gamma \quad [1]$$

$-\chi, \eta$ , son las coordenadas esféricas de la normal al plano difractante en el triedro DL, DN, DT.

-F representa la fracción en volumen de granos, cuya orientación está comprendida entre  $(\psi, \theta, \phi)$  y  $(\psi + \Delta\psi, \theta + \Delta\theta, \phi + \Delta\phi)$ .

Existen dos métodos para calcular la función F, a partir de las figuras de polos directas completas. El primero, de naturaleza numérico-iterativa, resulta interesante para texturas muy acusadas. El segundo, está basado sobre los algoritmos de desarrollo en serie. A continuación expondremos el fundamento teórico de ambos métodos.

### III .- REPRESENTACION TRIDIMENSIONAL DE LA TEXTURA.

La determinación exacta de la textura en un policristal, exige el conocimiento de la orientación que presenta cada grano -cristal- en un sistema de referencia ligado físicamente al policristal. Por ejemplo, si se trata de una chapa, hemos dicho anteriormente que podemos tomar como sistema de referencia, el constituido por la dirección de laminación (DL), la dirección normal al plano de la chapa (DN) y la dirección transversal (DT) contenida en el plano de la misma y que forma un ángulo de  $90^\circ$  con la dirección de laminación. Es decir, se hace preciso conocer la función de densidad de las orientaciones cristalinas o representación tridimensional de la textura.

En este apartado, pasaremos revista a los procesos de cálculo de la función de densidad propuesto por ROE (4,5,6) y BUNGE (7) -método LPSH \* de desarrollo en serie de la función textura-, y por

---

\*LPSH :Legendre Polynomial Surface Harmonics  
Fundación Juan March (Madrid)

WILLIAMS(8,9) -método de PILS\* de cálculo iterativo de la función textura-.Comenzaremos por este último.

### III.1 .-REPRESENTACION TRIDIMENSIONAL DE LA TEXTURA POR EL METODO DE WILLIAMS.

Sea ABC un triedro de referencia ligado a la chapa, A//DN, B//DL, C//DT. El triedro de referencia ligado a cada cristal -grano- está formado por los ejes cristalográficos  $[100]$ ,  $[010]$  y  $[001]$  respectivamente. Las direcciones físicas A, B, y C, están referidas al sistema de ejes ligados al cristal mediante los ángulos  $\rho$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  definidos en la fig.1: la dirección normal al plano de la chapa DN se encuentra localizada en el triángulo standard de proyección -definido por las direcciones  $[100]$ ,  $[110]$ ,  $[111]$ - mediante el ángulo polar  $\rho$  y el azimut  $\alpha$ ; la dirección de laminación DL, se halla sobre la traza de A y viene definida por el ángulo  $\beta$ , medido a partir de la traza del plano (001) en sentido contrario al de las agujas del reloj; la dirección transversal DT, está lógicamente sobre la traza de A, formando un ángulo de  $90^\circ$  con la dirección de laminación. Todas las posibles orientaciones del triedro ABC, dicho de otra manera, todas las posibles orientaciones de los granos en la chapa, están comprendidas en el volumen angular esquematizado en la fig.2a. Cada cristal de orientación  $(hkl)\langle uvw \rangle$ , ocupa un punto en dicho volumen angular. Ahora bien, si consideramos todos los cristales contenidos en la chapa, hemos de definir una función densidad  $T(\rho, \alpha, \beta)$  sobre el volumen angular. La probabilidad de que una chapa presente la textura correspondiente al punto de coordenadas  $(\rho, \alpha, \beta)$  comprendido en el volumen angular, es proporcional al valor de la función T en dicho punto. La función de densidad deberá ser normalizada sobre el volumen angular de definición y tomará el valor unidad, en todo punto del mismo, si se trata de una chapa isótropa

Conviene resaltar que si hubiésemos tomado como triángulo standard de proyección para la dirección normal DN, el definido por las direcciones  $[100]$ ;  $[110]$ ,  $[111]$ , habríamos cambiado el sentido de rotación del ángulo  $\beta$ . Por tanto, podemos servirnos de un volumen angular más compacto -fig.2b- en el que la coordenada angular  $\beta$  varía entre  $0$  y  $90^\circ$ , cuando utilizamos como base del mismo

---

\*PILS: Positive Iterative Least Square.

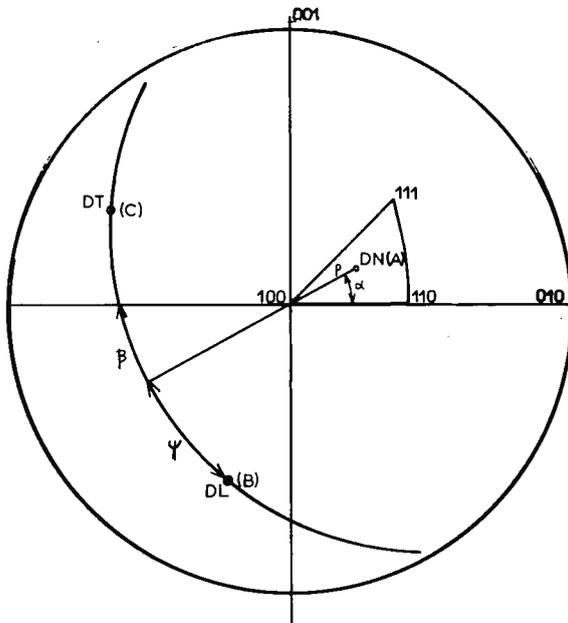


Fig.1 Sistema de rotaciones( $\rho, \alpha, \beta$ )

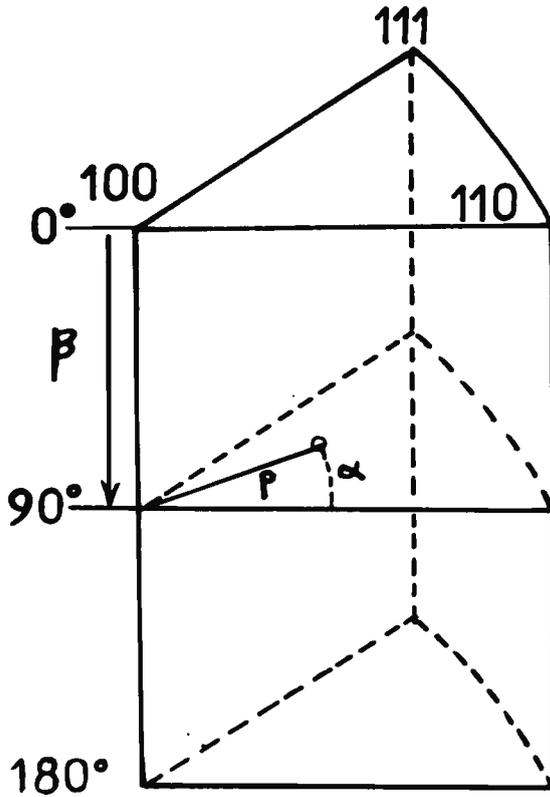


Fig.2a Volumen angular de definición de  $T(\rho, \alpha, \beta)$  tomando como base un triángulo standard.

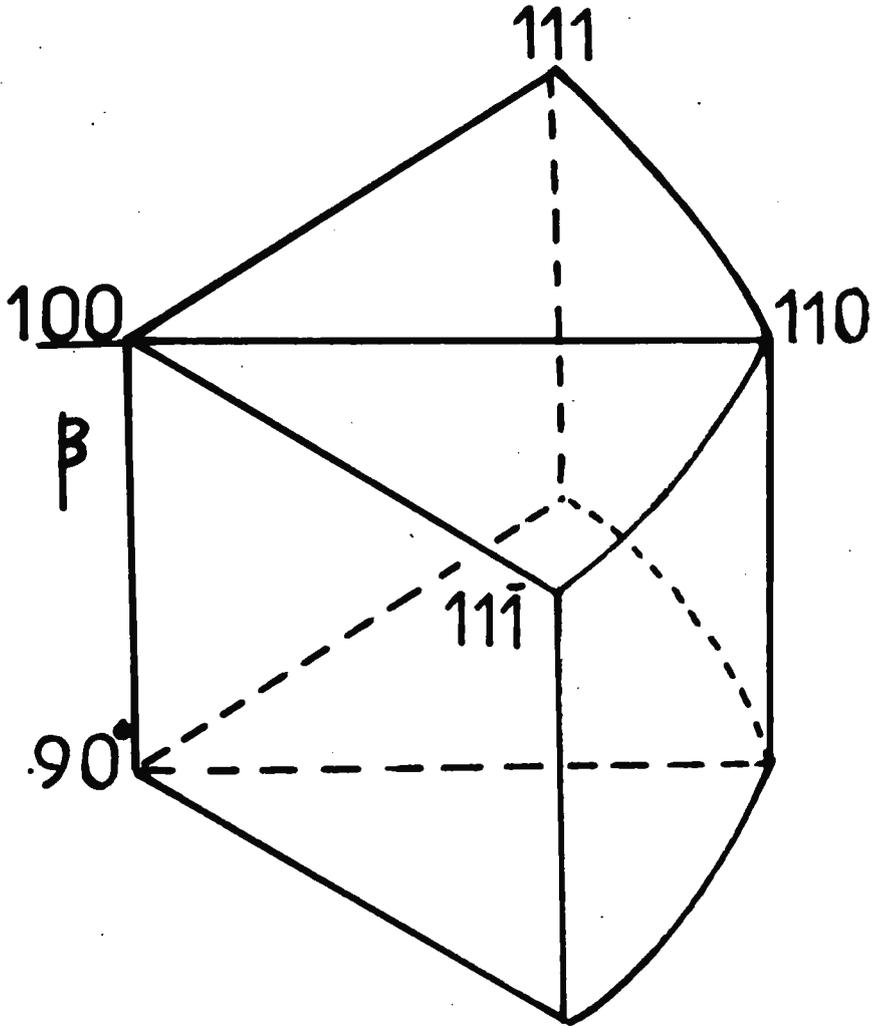


Fig.2b Volumen angular de definición  $T(\rho, \alpha, \beta)$  tomádo como base dos triángulos standard.

los dos triángulos standard mencionados anteriormente.

Los ángulos  $\rho$  y  $\alpha$  coinciden con los ángulos de EULER  $\theta$  y  $\phi$  empleados en el análisis de ROE (ver fig.7 ). La relación entre los ángulos  $\psi$  y  $\beta$  es la siguiente:

$$\psi = \beta - \text{tg}^{-1}(\text{tg } \alpha \cos \rho) \quad [2]$$

La representación tridimensional de la textura, según WILLIAMS, se basa en la relación que existe entre la intensidad normalizada  $I_{hkl}(\phi, \gamma)$  de la figura de polos  $\{hkl\}$  y los valores que toma la función densidad  $T(\rho, \alpha, \beta)$ , a lo largo de un camino recorrido dentro del volumen angular de definición.

Consideremos, por ejemplo, (fig.3) la intensidad  $I$  difractada en el punto de coordenadas  $(\phi, \gamma)$  de una figura de polos  $\{200\}$ . El camino parte de  $B$ , para  $\alpha = -45^\circ$ , y prosigue hasta  $B_1$ , para  $\alpha = 45^\circ$ . Llegamos pues a la fórmula siguiente:

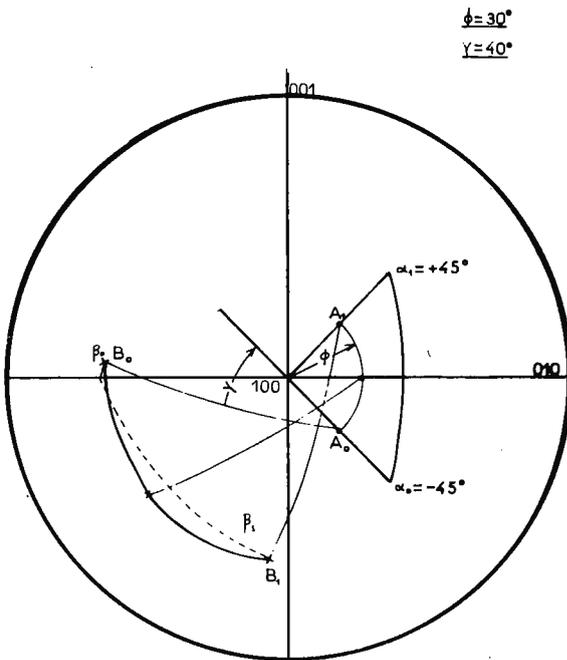
$$I_{200}(\phi, \gamma) = \frac{1}{90} \int_{-45}^{45} T(\rho, \alpha, \beta) d\alpha \quad [3]$$

$\beta$  es función de  $\alpha, \phi, \gamma$  y del parámetro  $\{200\}$

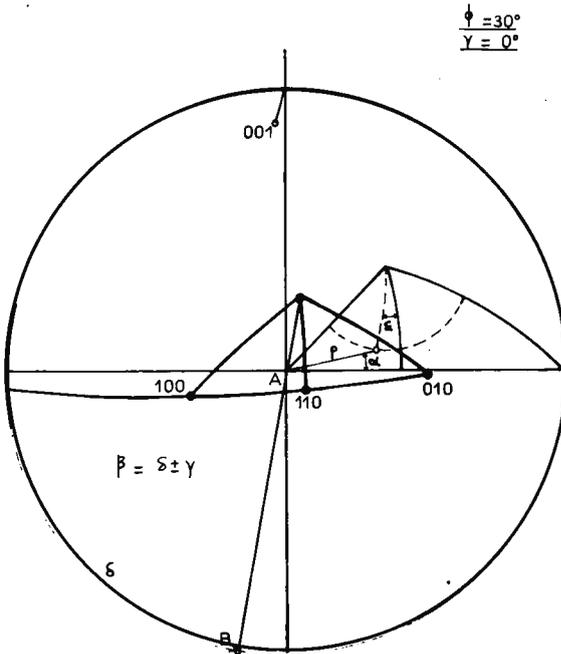
Por lo que se refiere a la figura de polos  $\{222\}$ , podemos igualmente establecer la relación entre la intensidad difractada en el punto de coordenadas  $(\phi, \gamma)$  y los valores de la función textura mediante la fórmula;

$$I_{222}(\phi, \gamma) = \frac{1}{120} \int_{-60}^{60} T(\rho, \alpha, \beta) d\epsilon \quad [4]$$

En la fig.4, mostramos cómo todos los cristales -granos- cuyo eje  $A//DN$  se encuentra sobre el arco en trazo discontinuo -las coordenadas de sus puntos son función del parámetro  $\epsilon$ - contribuyen a la difracción en el punto de coordenadas  $(\phi, \gamma)$  sobre la figura de polos  $\{222\}$ . Con figuras de polos  $\{hkl\}$  distintas a la  $\{200\}$  y a la  $\{222\}$ , habríamos llegado a expresiones similares, asociando las



**Fig.3** Relación entre  $I_{200}(\phi, \gamma)$  y los valores de  $T(\rho, \alpha, \beta)$  a lo largo del camino  $B_0B_1$



**Fig.4** Relación entre  $I_{222}(\phi, \gamma)$  y los valores de  $T(\rho, \alpha, \beta)$  a lo largo del camino cuyos puntos son función del parámetro  $\epsilon$

intensidades difractadas  $I_{hkl}(\phi, \gamma)$ , en un punto de coordenadas  $(\phi, \gamma)$  sobre la figura de polos  $\{hkl\}$ , con la integral curvilínea de la función textura  $T(\rho, \alpha, \beta)$ , a lo largo de un camino definido en el interior del volumen angular.

Para valores del ángulo polar  $\phi$  elevados, la dirección  $A//DN$ , puede encontrarse en triángulos standard vecinos a los de referencia: las fórmulas [2], [3] y [4] siguen teniendo vigencia siempre y cuando el sentido de rotación en que sea medido el ángulo  $\beta$ , se adecúe al convenio expresado en el párrafo primero de este apartado

Hemos puesto de manifiesto la relación que existe entre  $I_{hkl}(\phi, \gamma)$  y ciertos valores  $T(\rho, \alpha, \beta)$ . Recíprocamente, cada punto del volumen biaxial, contribuye a la difracción en determinados puntos de cada figura de polos  $\{hkl\}$ . Así, cada punto  $(\rho, \alpha, \beta)$ , está asociado a tres puntos sobre la figura de polos  $\{200\}$  y a cuatro puntos de la figura de polos  $\{222\}$ .

Se procede al cálculo de la función  $T$  por aplicación del método de ensayo y de error. Para ello, parcelamos el volumen angular de definición de la función textura, en un número  $N$  de celdillas, y afectamos a cada una de ellas, un valor de  $T$  arbitrario, por ejemplo la unidad. Las fórmulas [3] y [4] nos permiten pues calcular  $\hat{I}_{hkl}(\phi, \gamma)$ . A continuación, se evalúa la varianza de  $T$  en cada una de la  $N$  celdas, de acuerdo con la expresión:

$$V(T) = \frac{1}{n} \sum_1^n (I - \hat{I})^2 \quad [5]$$

$I$ : intensidades experimentales  $I_{hkl}(\phi, \gamma)$ , vinculadas a cada celda del volumen angular considerado.

$\hat{I}$ : intensidades calculadas  $\hat{I}_{hkl}(\phi, \gamma)$ , asociadas a cada punto del volumen angular considerado.

Cuando se calcula la función  $T$  a partir de las figuras de polos  $\{200\}$  y  $\{222\}$ ,  $n$  es igual a 7, conforme habíamos dicho anteriormente.

Si la varianza  $V(T)$  no se anula en cada una de las  $N$  celdillas, quiere decir que la función de densidad  $T$  supuesta, no se ajusta, a las intensidades experimentales  $I_{hkl}(\phi, \gamma)$ . Entonces, afectamos al valor de la función  $T$  en cada una de las celdas una corrección

$\Delta T$ : consiguientemente, las 7 intensidades  $I_{hkl}(\phi, \gamma)$  vinculadas a cada celdilla, sufrirán una corrección  $\Delta I_{hkl}(\phi, \gamma)$ , dada por la fórmula:

$$\Delta I = b \Delta T \quad [6]$$

$$b = \left( \frac{V}{N} \right)^{1/3} \alpha_{\max}^{-1}$$

V: volumen angular de definición

N: número de celdas contenidas en el volumen angular

El parámetro  $b$ , es inversamente proporcional al número de celdillas que contribuyen a la difracción  $I_{hkl}(\phi, \gamma)$ .

La varianza  $V(T)$  tomará un nuevo valor:

$$V(T) = \sum_1^n [I - (\hat{I} + \Delta \hat{I})]^2 = \sum_1^n (I' - \Delta \hat{I})^2 \quad [7]$$

$$I' = (I - \hat{I})$$

A continuación, se calculan los incrementos  $\Delta T$ , que hacen mínima la varianza  $V(T)$

$$\frac{dV(T)}{dT} = 0 ; \sum_1^n b I' + \sum_1^n b^2 \Delta T = 0 \quad [8]$$

$$\Delta T = K \frac{\sum_1^n b I'}{\sum_1^n b^2}$$

La fórmula [8], permite acceder a los nuevos valores de la función  $T$  en cada una de las  $N$  celdillas. El parámetro  $K$ , teóricamente vale la unidad. Sin embargo, se procura elegir un valor de  $K$ , que acelere la convergencia del algoritmo iterativo, es decir, que conduzca al valor mínimo de la varianza  $V(T)$  sobre la totalidad de las  $N$  celdillas, en un número reducido de iteraciones. Los valores de  $K$  comprendidos entre 2 y 3, son los más indicados, cuando calcu

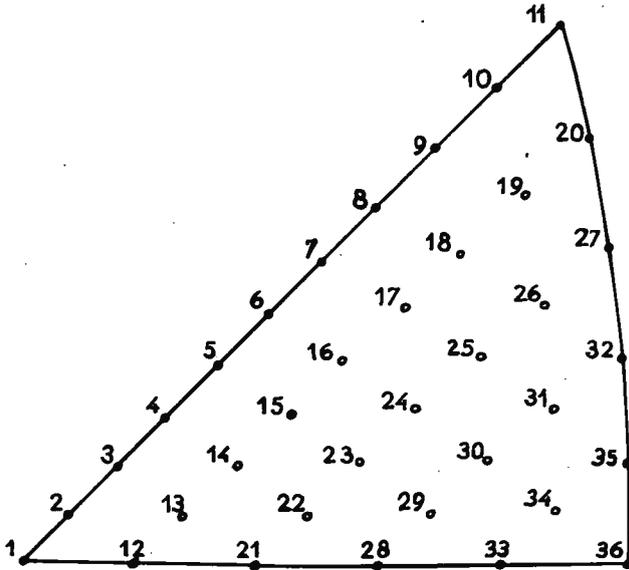


Fig.5 Disposición, sobre el triángulo standard, de la malla de cálculo de la función textura  $T(\rho, \alpha, \beta)$

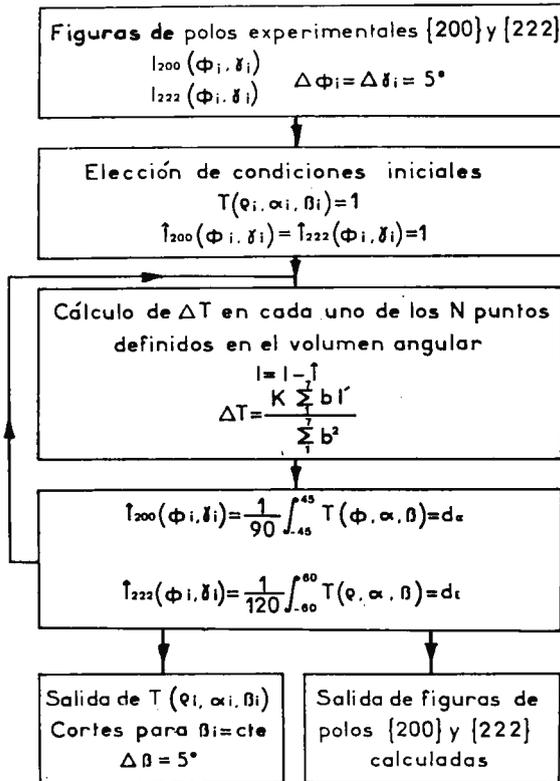


Fig.6 Organigrama del proceso de cálculo de la función textura  $T(\rho, \alpha, \beta)$

lamos T a partir de las figuras de polos {200} y {222}.

La función T ha sido evaluada en 1296 puntos. Para ello, se ha escogido 36 puntos, regularmente distribuidos sobre el triángulo standard (fig.5) y valores de  $\beta$  comprendidos en el intervalo  $0 < \beta < 90^\circ$ , con un paso  $\Delta\beta$  de  $5^\circ$ . Para valores del parámetro K, fórmula [8] comprendidos entre 2 y 2,5, un total de 15 iteraciones es suficiente para optimizar T. Al cabo del proceso iterativo, las intensidades de las figuras de polos calculadas, son introducidas en el programa, procediéndose a una evaluación análoga de T y de las figuras de polos; el fin perseguido era comprobar la bondad del método iterativo, así como verificar la posible existencia de pérdidas de información a lo largo del proceso de cálculo (fig.6).

Finalmente diremos que la función  $T(\rho, \alpha, \beta)$  se representa gráficamente en cortes para  $\beta = \text{cte}$ , variando  $\beta$  de 10 en 10°.

El cálculo al ordenador de la función textura, ha sido posible mediante adaptación al lenguaje Fortran IV de un programa facilitado por WILLIAMS (10).

### III.2 .- REPRESENTACION TRIDIMENSIONAL DE LA TEXTURA POR EL METODO DE ROE-BUNGE.

Sea OXYZ, un triedro de referencia ligado a la chapa (OX//DL, OY//DT, OZ//DN) y Oxyz, un triedro de referencia ligado a cada grano -cristal- de la chapa (Ox// [100], Oy// [010], Oz// [001] (fig.7).

El paso del sistema de referencia ligado a la chapa al sistema ligado al cristal, se efectúa mediante el conjunto de rotaciones de EULER ( $\psi, \theta, \phi$ ) tal como aparece descrito en la fig.7.

Denominaremos  $F(\psi, \theta, \phi)$ , a la función de distribución de las orientaciones cristalinas -función textura- en la chapa. Representa, para cada terna de valores ( $\psi, \theta, \phi$ ), la fracción en volumen de granos del policristal que poseen dicha orientación, con respecto a la fracción en volumen que la poseerían en un policristal isótropo -sin textura- de la misma naturaleza y densidad que la chapa.

La función textura F no puede medirse directamente, pero puede accederse a su cálculo, a partir de varias figuras de polos directas completas.

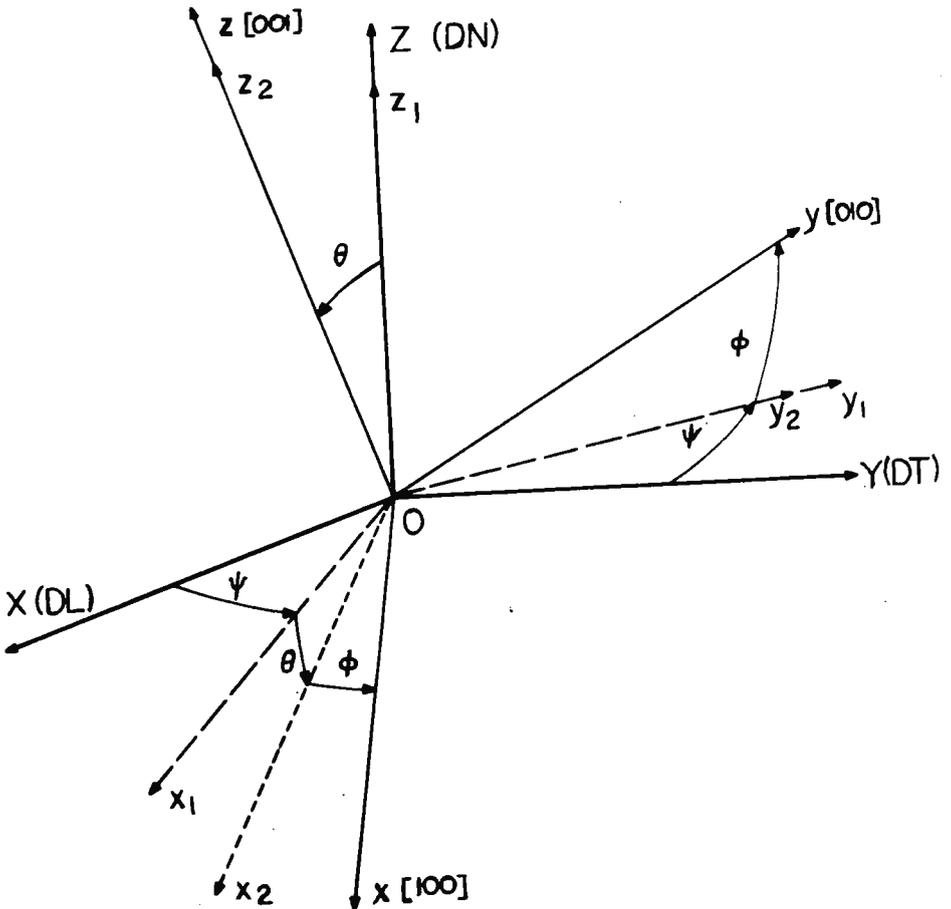


Fig. 7 Sistema de rotaciones de Euler ( $\psi, \theta, \phi$ )

Sean  $\chi_k$  y  $\eta_k$  (fig.8a) las coordenadas angulares de un punto sobre la figura de polos directa  $\{hkl\}$ .

Sean  $\alpha_j$  y  $\beta_j$  (fig.8b) las coordenadas angulares de la familia de planos  $\{hkl\}_j$ , en el sistema de referencia ligado al cristal.

Definimos los parámetros  $\zeta_k$  y  $\gamma_j$  mediante las expresiones;

$$\begin{aligned}\zeta_k &= \cos\chi_k \\ \gamma_j &= \cos\beta_j\end{aligned}\quad [9]$$

La figura de polos directa  $q_j(\zeta_k, \eta_k)$ , admite un desarrollo en serie absoluta y uniformemente convergente de armónicos esféricos de superficie;

$$q_j(\zeta_k, \eta_k) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} Q_m^{j\ell} P_{\ell}^m(\zeta_k) e^{-im\eta_k} \quad [10]$$

donde  $P_{\ell}^m(\zeta_k)$  es el polinomio de LEGENDRE asociado normalizado.

Los coeficientes  $Q_m^{j\ell}$  de este desarrollo pueden obtenerse, utilizando las relaciones de ortogonalidad existentes entre los armónicos esféricos;

$$Q_m^{j\ell} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\zeta_k, \eta_k) P_{\ell}^m(\zeta_k) e^{im\eta_k} d\zeta_k d\eta_k \quad [11]$$

Análogamente, la función textura  $F$ , puede desarrollarse en serie absoluta y uniformemente convergente de armónicos esféricos generalizados:

$$F(\psi, \theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} \sum_{n=-\ell}^{n=\ell} f_{mn}^{\ell} Z_{\ell}^{mn}(\xi) e^{-im\psi} e^{-in\phi} \quad [12]$$

$$\xi = \cos\theta$$

donde  $Z_{\ell}^{mn}$  es la generalización del polinomio de LEGENDRE asociado

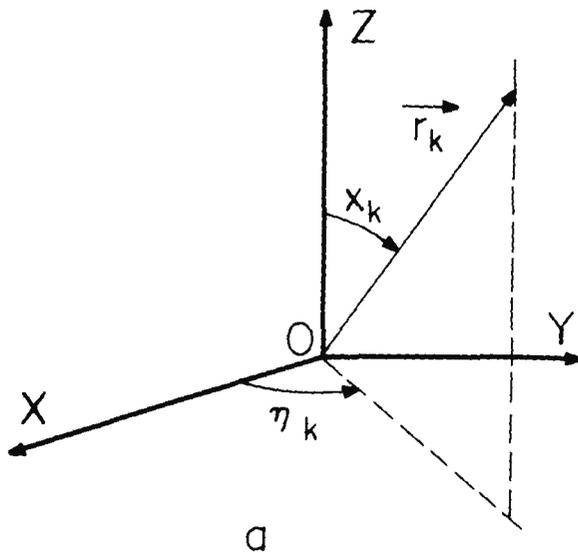


Fig.8a Coordenadas  $(\chi, \eta)$  de un punto sobre una gura de polos directa.

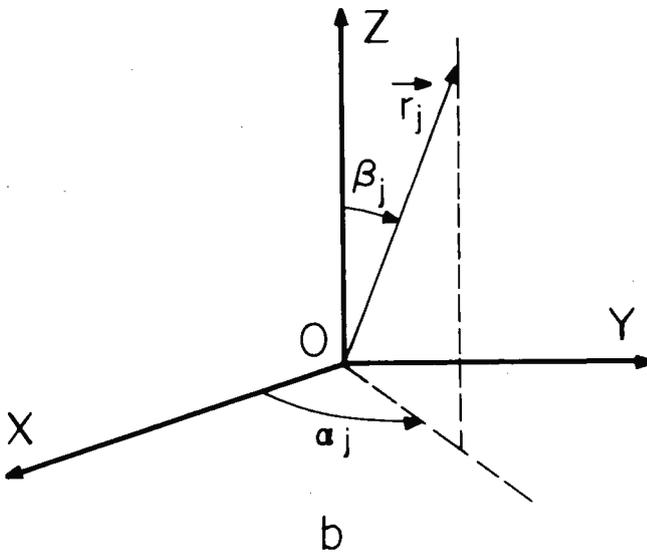


Fig.8b Coordenadas  $(\alpha, \beta)$  de la normal al plano  $(hkl)_j$

do y normalizado.

Existe una relación de dependencia lineal entre los coeficientes  $Q_m^{j\ell}$  del desarrollo en serie de las figuras de polos, y los coeficientes  $f_{mn}^\ell$  del desarrollo en serie de la función de distribución  $F$  (11):

$$Q_m^{j\ell} = 2\pi \left( \frac{2}{2\ell+1} \right)^{1/2} \sum_{n=-\ell}^{n=\ell} f_{mn}^\ell P_\ell^n(\gamma_j) e^{in\alpha_j} \quad [13]$$

Para  $j, \ell, m$  dados, la expresión anterior [13], representa una ecuación lineal con  $(2\ell+1)$  incógnitas  $f_{mn}^\ell, n \in (-\ell, \ell)$ . La resolución de este sistema de ecuaciones, exigiría un número mínimo de  $(2\ell+1)$  figuras de polos. Dicho de otro modo, si disponemos de  $N$  figuras de polos -en la práctica este número está comprendido entre 2 y 4- deberíamos limitar el desarrollo en serie al orden  $(N-1)/2$ . Es evidente que el algoritmo propuesto resultaría demasiado incompleto para su utilización. No obstante, el valor de  $\ell_{\max}$  puede ser considerablemente aumentado, si se tiene en cuenta las simetrías cristalinas de los granos, la simetría ortorómbica de la probeta y la ley de FRIEDEL. En este caso, el número de coeficientes  $f_{mn}^\ell$  no nulos, decrece notablemente y entre los no nulos, existen determinadas relaciones de dependencia lineal (6).

En la práctica, si limitamos el desarrollo en serie al orden  $\ell_{\max} = 16$ , hay que calcular 59 incógnitas  $f_{mn}^\ell$ . Puesto que disponemos de 45 coeficientes  $Q_m^{j\ell}$  por figura de polos, dos de ellas bastarán para tener un número de ecuaciones, 90, superior al número de incógnitas, 59. La solución de este sistema mediante un método de optimización por mínimos cuadrados, proporciona valores de los coeficientes  $f_{mn}^\ell$  que introducidos en la expresión:

$$F(\psi\theta\phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{n=-\ell}^{\ell} f_{mn}^\ell Z_\ell^{mn}(\xi) \cos(m\psi + n\phi) \quad [14]$$

permite el cálculo de la función textura  $F$  para cada posible orientación  $(\psi, \theta, \phi)$  de los cristales que integran la chapa. Aún más a partir de los coeficientes  $f_{mn}^{j\ell}$  podemos, sirviéndonos de las ecuaciones [13] recalcular los coeficientes  $Q_m^{j\ell}$  y, como consecuencia

trazar cualquier figura de polos.

La figura 9 representa, a título recopilativo, el organigrama del proceso de cálculo de la función textura  $F(\psi, \theta, \phi)$ , esta función es obtenida en cortes para  $\phi_1 = \text{cte}$ , variando  $\phi$  con un paso de  $5^\circ$  en el intervalo  $0 < \phi < 90^\circ$ . Dado que existe una relación entre los ángulos de EULER ( $\psi, \phi, \theta$ ) y las direcciones físicas DL, DN y DT (fig. 10), podemos trazar sobre una proyección estereográfica la línea de los valores máximos de F, también denominada "línea de máximos" o "esqueleto" de la función F. Tal tipo de representación, permite la determinación inequívoca de las componentes principales de la textura, de su importancia relativa y el cálculo de su dispersión alrededor de la "línea esqueleto". Por otro lado, la utilización de los ábacos confeccionados por DAVIES y col. (12), nos permiten conocer la distribución de la dirección de laminación en planos cristalográficos de índices bajos, tales como el (100), (112) (111) y (110).

A continuación expondremos un ejemplo de aplicación de la función textura F, al cálculo del coeficiente de anisotropía normal de chapas por el método de TAYLOR.

#### IV .- APLICACION DE LA FUNCION TEXTURA Y DEL MODELO DE TAYLOR AL CALCULO DEL COEFICIENTE DE ANISOTROPIA NORMAL DE CHAPAS POLICRISTALINAS.

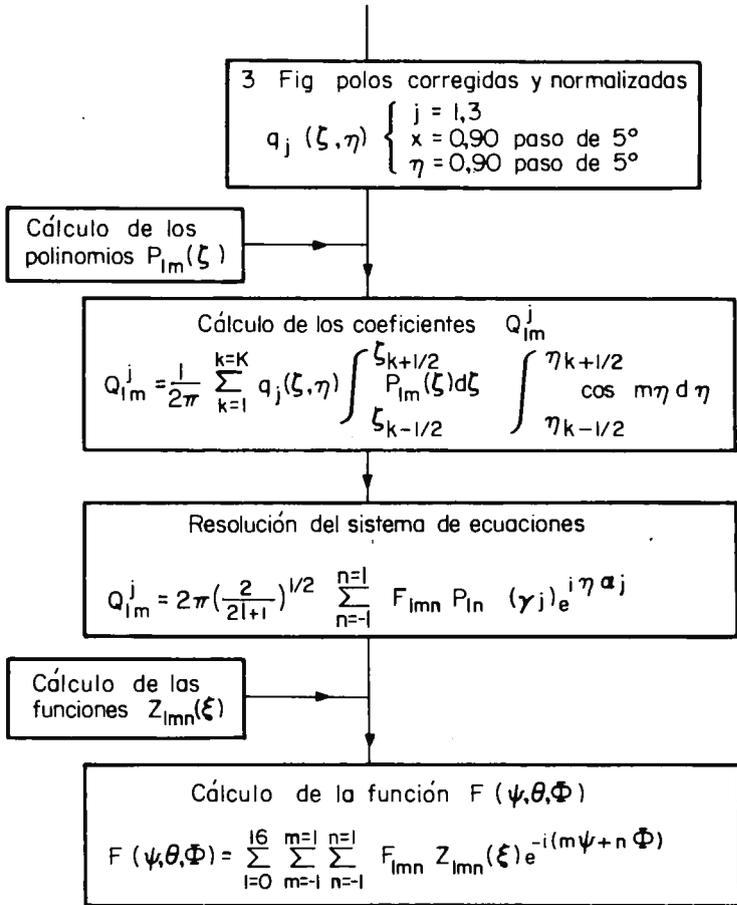
Las hipótesis introducidas por el análisis de TAYLOR (13,14) son las siguientes:

1-En un policristal, cada grano experimenta deformaciones equivalentes a las de la muestra considerada en su conjunto. La deformación es homogénea y toma el mismo valor en cada uno de los puntos de un grano.

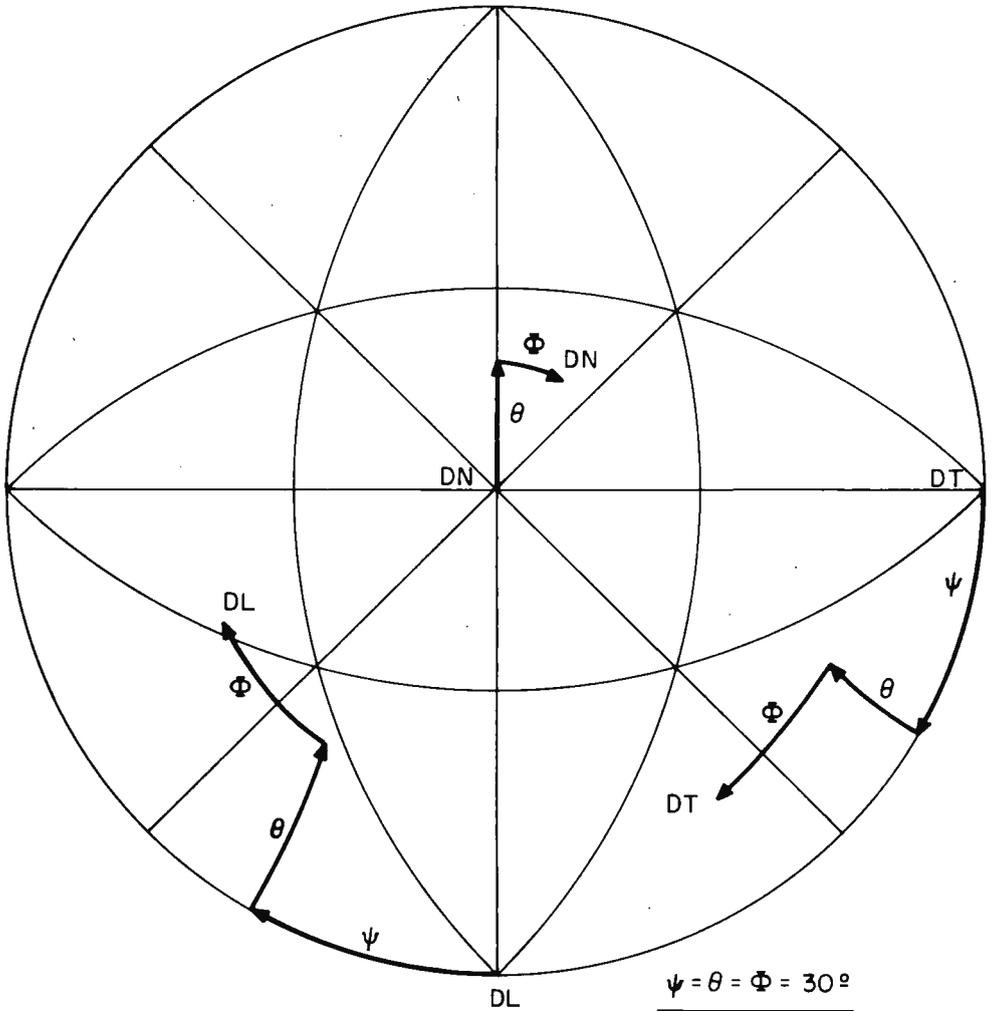
2-Para acomodar la deformación en el interior de cada grano y evitar la decohesión intergranular, son necesarios cinco sistemas de deslizamiento independientes.

3-Entre todas las combinaciones de sistemas de deslizamiento tomados de cinco en cinco posibles, deberán escogerse aquellas que minimicen la energía de la deformación.

4-La tensión crítica de cizalladura es la misma para todos los



**Fig.9** Organigrama para el cálculo de la función textura  $F(\psi, \theta, \phi)$



**Fig.10** Posición de DL, DN, DT para un grano de orientación  $\psi = \theta = \phi = 30^\circ$ : Proyección estereográfica standard (001)

sistemas de deslizamiento. La expresión de la energía de deformación macroscópica- es:

$$W = \tau \sum_n |\gamma_n| \quad [15]$$

Como las combinaciones de deslizamientos activas son aquellas que minimizan la energía, la suma de cizallamientos  $\sum_n \gamma_n$  ha de ser mínima; la expresión [15] puede escribirse:

$$W = \tau M$$

$$M = \left[ \sum_n |\gamma_n| \right] \text{mínimo} \quad [16]$$

Si sometemos el metal a un esfuerzo de tracción  $\sigma^S$  en la dirección  $x_1^S$  del triedro  $(x_1^S, x_2^S, x_3^S)$  asociado a los ejes principales del tensor macroscópico de la deformación, denominando  $dE_{11}^S$  el incremento elemental de deformación macroscópica originado por la tracción, tenemos que:

$$W = \sigma^S d E_{11}^S = \tau M \quad [17]$$

y el factor M de TAYLOR se escribe:

$$M = \frac{\sigma^S}{\tau} = \frac{n \sum |\gamma_n|}{d E_{11}^S} = \frac{W}{\tau d E_{11}^S} \quad [18]$$

-dicho factor, representa la resistencia mecánica de un monocristal; dicho de otro modo, el factor de TAYLOR  $M$  es un parámetro indicativo de la energía necesaria para deformar plásticamente un monocristal que posea una determinada orientación.

En un monocristal de orientación  $g$  ( $\psi, \theta, \phi$ ), la relación de contracción  $q$ , viene definida por el cociente:

$$q = \frac{dE_{22}^S}{dE_{11}^S} \quad [19]$$

Un cubo elemental de metal se transformará -después de la tracción- en un paralelepípedo. El tensor macroscópico de deformación asociado, se escribirá:

$$E_{k1}^S = dE_{i1}^S \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & -(1-q) \end{bmatrix} \quad [20]$$

Las componentes  $E_{ij}^C$  del tensor microscópico de deformación, expresadas en el sistema de referencia asociado a cada grano del metal, vienen dadas, en función de las componentes  $E_{k1}^S$ , por la relación:

$$E_{ij}^C = a_{ik} a_{jl} E_{k1}^S \quad [21]$$

$-a_{ij}(g)$  son las componentes de la matriz de cambio de base.

El tensor microscópico de deformación, puede expresarse en función de las deformaciones por cizallamiento correspondientes a cada sistema activo de deslizamiento:

$$E_{ij}^C = \frac{1}{2} \sum_n |\gamma_n| (p_{in} d_{jn} + p_{jn} d_{in}) \quad [22]$$

$-p_{in}$  y  $d_{in}$  representan, para el n-simo sistema de deslizamiento, los cosenos directores de la normal al plano de deslizamiento y de la dirección de deslizamiento, respectivamente.

Para calcular  $M(g, q)$ , hemos de resolver el sistema lineal de ecuaciones que proviene de igualar las expresiones [21] y [22]:

$$\frac{1}{2} \sum_n |\gamma_n| (p_{in} d_{jn} + p_{jn} d_{in}) = a_{ik} a_{jl} E_{k1}^S \quad [23]$$

$-\gamma_n$  son las incógnitas que permiten el cálculo del factor de TAYLOR. Los cinco sistemas de deslizamiento activos serán aquellos que minimizen el factor de TAYLOR.

El metal no tiene por qué ser isótropo. En estas condiciones, el factor de TAYLOR de un policristal, viene dado por el valor medio de los factores de TAYLOR correspondientes a todas las orientaciones de los granos presentes en la probeta.

Para una dirección de tracción dada, tenemos que:

$$\overline{M(\underline{q})} = \int_{\underline{g}} M(\underline{q}, \underline{g}) F(\underline{g}) d\underline{g} \quad [24]$$

$F(\underline{g})$  es la función de distribución de las orientaciones cristalinas, descrita en el apartado III(15).

Desarrollando  $M(\underline{q}, \underline{g})$  en serie de armónicos esféricos generalizados, habida cuenta de las relaciones de ortogonalidad existentes entre las funciones de base, obtenemos;

$$\overline{M(\underline{q})} = 4\pi^2 \sum_{lmn} m_{mn}^1(\underline{q}) f_{mn}^1 \quad [25]$$

$-m_{mn}^1$ , coeficientes del desarrollo en serie de armónicos generalizados, del factor  $M$  de TAYLOR.

$-f_{mn}^1$ , coeficientes del desarrollo en serie de la función textura por el método de ROE-BUNGE (ver form. 12 y 14)

$M(\underline{q})$  se calcula para diferentes valores de  $\underline{q}$ ; escogemos el valor de  $\underline{q}$  que minimiza  $\overline{M(\underline{q})}$  en un policristal deformado por tracción.

Cuando el eje de tracción forma un ángulo  $\alpha$  con la dirección de laminación, los coeficientes  $f_{mn}^{\prime 1}$  de la función de distribución de las orientaciones cristalinas -referida al nuevo sistema de ejes- vienen expresados en función de los coeficientes  $f_{mn}^1$  -referidos a la antigua base- por la relación:

$$f_{mn}^{\prime 1} = f_{mn}^1 \cos m\alpha \quad [26]$$

Entonces

$$\overline{M(\underline{q}, \alpha)} = 4\pi^2 \sum_{lmn} m_{mn}^1 f_{mn}^1 \cos m\alpha \quad [27]$$

El valor de la relación de contracción  $q(\alpha)$  escogido, es aquel que minimiza el factor de TAYLOR para cada valor del ángulo  $\alpha$ .

El coeficiente de LANKFORD  $R = \frac{dE_{22}^S}{dE_{33}^S}$ , cociente de las deformaciones según en ancho y según el espesor de una probeta medidos en el ensayo de tracción, admite la siguiente expresión (ver for 20):

$$R(\alpha) = \frac{q(\alpha)}{1-q(\alpha)} \quad [29]$$

A continuación, se expone una realización concreta en este campo, aplicada a un problema de elevado interés tecnológico: la embutición de chapas controlada por la anisotropía plástica de las mismas. Se ilustra, con ejemplos precisos, la descripción cuantitativa de la textura de chapas policristalinas, así como la predicción teórica de su comportamiento anisótropo por aplicación del modelo de TAYLOR.

#### V .- RESULTADOS

Hemos procedido al cálculo del coeficiente de LANKFORD, en una serie de chapas delgadas de acero extradulce y de aceros ferríticos (Fe-17%Cr y Fe-3%Si), elaborados por el procedimiento convencional de laminación en caliente, laminación en frío y recocido de recristalización (17). Con este fin, se determinó previamente su función textura por los métodos de ROE-BUNGE y WILLIAMS. El factor de TAYLOR  $M(q,g)$  de las diferentes orientaciones cristalinicas, se calculó en la hipótesis de deslizamiento no cristalográfico, "pencil glide", que parece aceptable en la deformación plástica de la ferrita a la temperatura ambiente (17). El índice  $R$ , se evaluó con ayuda del ordenador para intervalos  $\Delta\alpha=10^\circ$  (form.29).

Las fig.11 a 14, representan la variación del índice  $R(\alpha)$  con la dirección de tracción seleccionada en el plano de las chapas. En el caso de los aceros extradulces (fig.11 y 12), se comparan los valores calculados con los medidos experimentalmente a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$  de la dirección de laminación. Su interpretación puede hacerse del modo que sigue:

-el acero calmado, presenta el máximo valor del índice  $\bar{R}$  medio entre los materiales ensayados, debido a la presencia de una fuerte textura  $\{111\}\langle uvw \rangle$  en el plano de laminación de la chapa (fig.15). De la forma de la curva  $R(\alpha)$ , puede predecirse que este acero tenderá a formar orejas de embutición a  $0^\circ$  y  $90^\circ$  de la dirección de laminación.

-las chapas de Fe-17%Cr y Fe-3%Si, en estado bruto de laminación

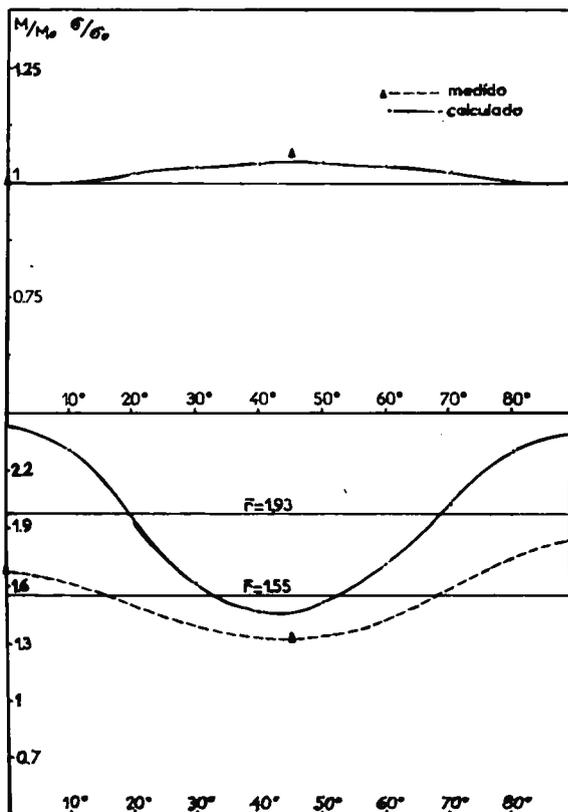


Fig.11 Variación del índice  $R(\alpha)$  en el plano de laminación de una chapa de acero dulce calmado de aluminio. Experimental (---). Calculado (—)

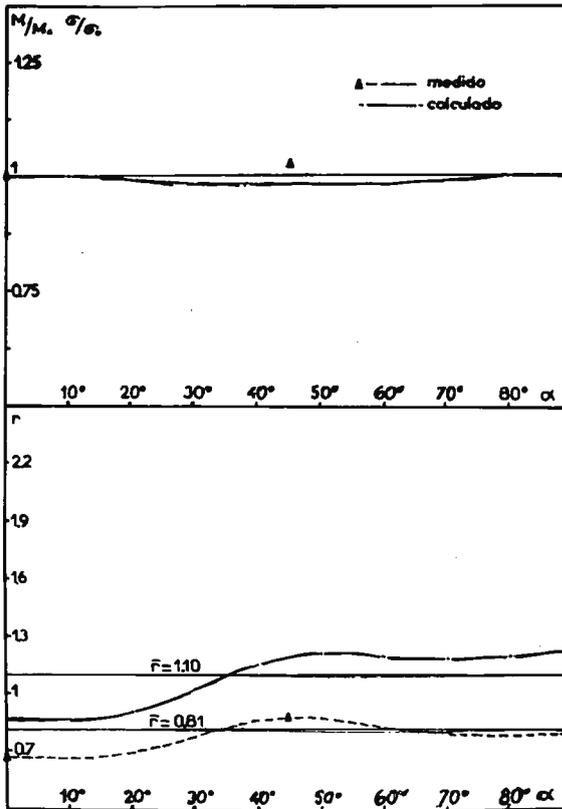


Figura 12 Idem. para una chapa de acero dulce efervescente. Experimental (---). Calculado (—)

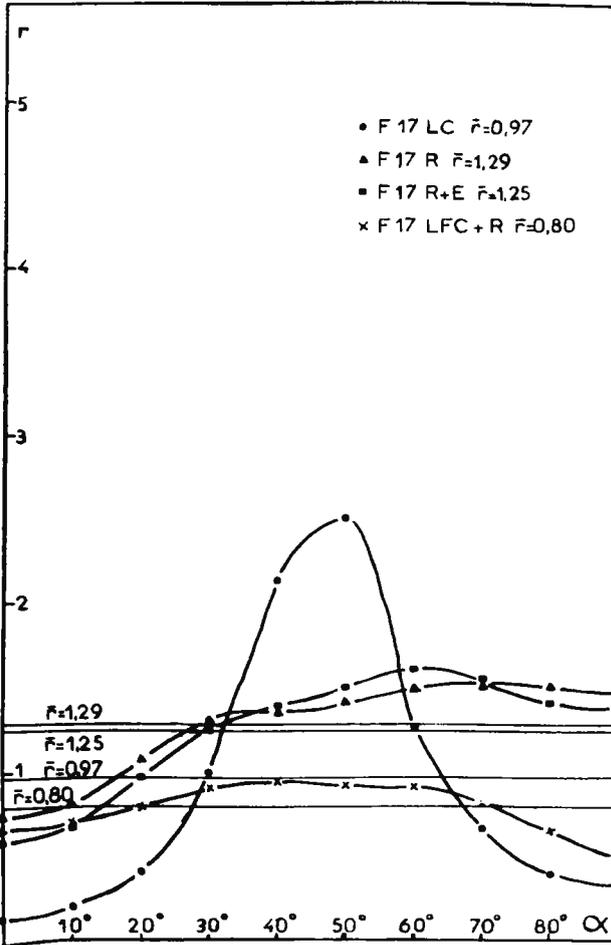


Fig.13 Variación del índice  $R(\alpha)$  en el plano de laminación para la aleación Fe-17% Cr

● laminada en caliente

▲ laminada en caliente, en frío y recocida

■ laminada en caliente, en frío, recocida y traccionada 15%

× laminada en caliente, en frío perpendicularmente a la dirección de laminación en caliente y recocida

(valores obtenidos por aplicación del modelo de Taylor a la función textura de las chapas calculada por el método de Roe-Bunge)

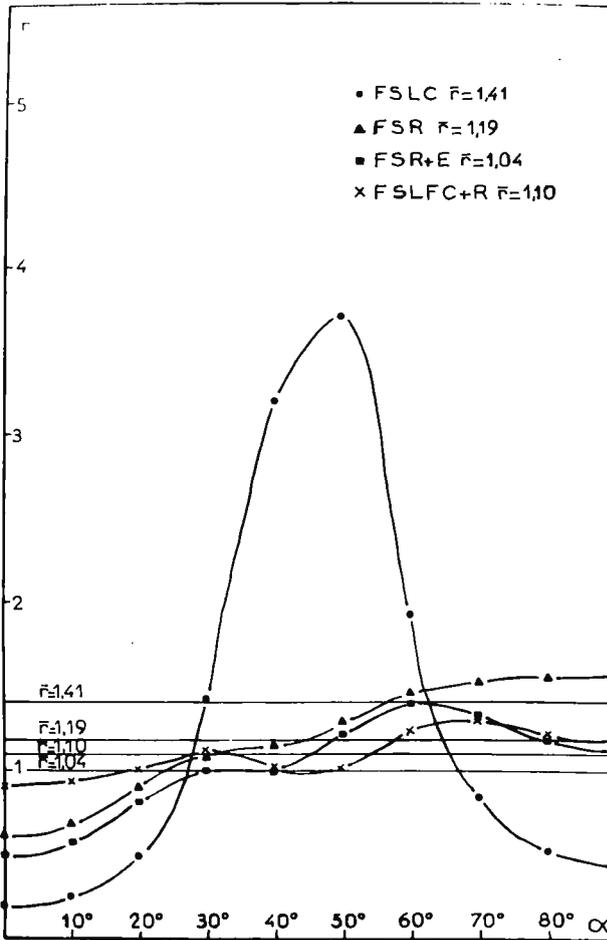
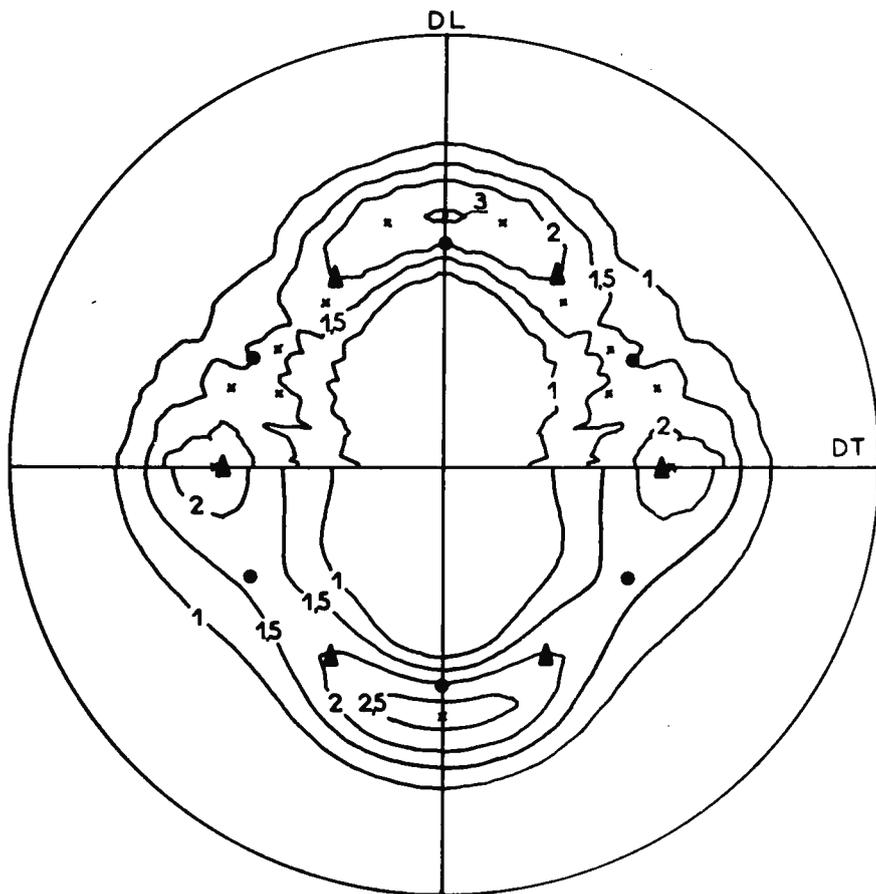


Fig.14 Variación del índice  $R(\alpha)$  en el plano de laminación para la aleación Fe-3%Si

- laminada en caliente
- ▲ laminada en caliente, en frío y recocida
- laminada en caliente, en frío, recocida y traccionada 10%
- × laminada en caliente, en frío perpendicularmente a la dirección de laminación en caliente y recocida (Valores obtenidos por aplicación del modelo de Taylor a la función textura de las chapas calculada por el método de Roe-Bunge)



- $\{111\} \langle 112 \rangle$
- ▲  $\{111\} \langle 110 \rangle$

Fig.15 Figura de polos  $\{200\}$  del acero calmado. Parte superior experimental. Parte inferior calculada a partir de la función textura (método de Roe-Bunge)

en caliente. Poseen una elevada anisotropía plana a  $45^\circ$  de la dirección de laminación. Resultados obtenidos en cálculos de la deformación plástica de monocristales (18), permiten afirmar que ello es debido a la presencia de las orientaciones  $\{100\}\langle 110\rangle$ - $\{112\}\langle 110\rangle$ , fig. 16 y 17, típicas en los aceros laminados en fase ferrítica o en el dominio  $(\alpha+\gamma)$ .

-Las chapas de acero efervescente, de Fe-17%Cr y Fe-3%Si en estado recocido, poseen valores similares del coeficiente  $R(\alpha)$ , con orejas a  $45^\circ$  de la dirección de laminación. En la textura de estas chapas (fig. 18, 19 y 20) aparecen conjuntamente componentes típicas de la recristalización  $\{111\}\langle uvw\rangle$  y orientaciones heredadas de los procesos de laminación en caliente y en frío (fig. 16 y 17). La distribución de la dirección de laminación en el plano  $\{100\}$  de las chapas de acero calmado, efervescente, Fe-17%Cr y Fe-3%Si (fig. 21 a 24) muestra la desigual importancia de dicha componente en el acero calmado por un lado, y en los otros tres tipos de acero por otro: la componente  $\{100\}\langle uvw\rangle$ , asociada a valores del índice R inferiores a la unidad (18), repercute desfavorablemente en la aptitud a la embutición de las chapas. Precisamente, la supresión total o parcial de la textura "retenida" o "hereditaria", constituye uno de los problemas fundamentales del proceso de fabricación de chapas para embutición; ello requiere un cuidadoso control de diferentes variables: composición química, solidificación, temperaturas de laminación en caliente y bobinado, porcentaje de reducción en frío y ciclo de recocido (19).

-Los valores de  $\bar{R}$  correspondientes a las chapas de Fe-17%Cr y Fe-3%Si recocidas, antes o después de una deformación por tracción (fig. 13 y 14) prueban que la hipótesis de independencia del coeficiente de LANKFORD respecto del alargamiento para el que se efectúe la medida, es aceptable en primera aproximación (20, 21). Puede apreciarse sin embargo, un claro incremento de la componente  $\{100\}\langle 110\rangle$  o vecinas en las chapas traccionadas (fig. 25 y 26), con respecto a los valores que toma en las chapas recocidas no deformadas (fig. 23 y 24). Una posible explicación de este hecho puede ser que los granos de orientaciones vecinas a la  $\{100\}\langle 110\rangle$  tiendan a reorientarse hacia esta última, por tra

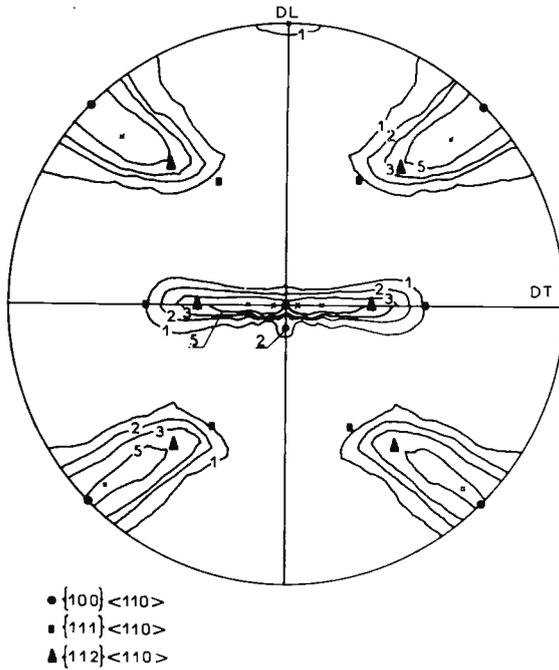
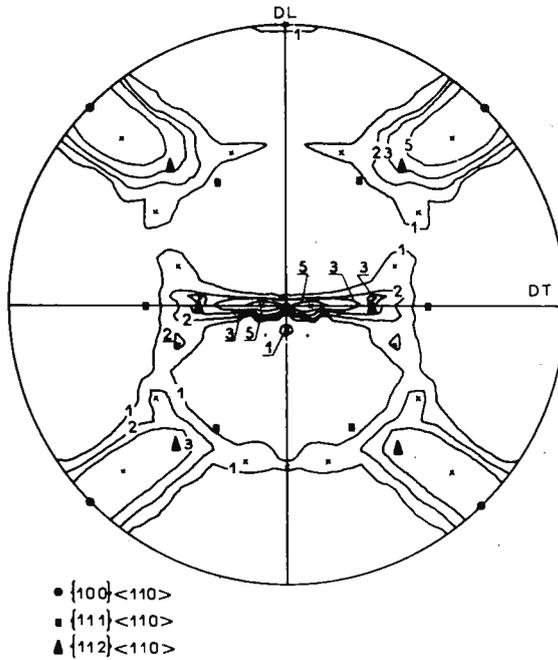
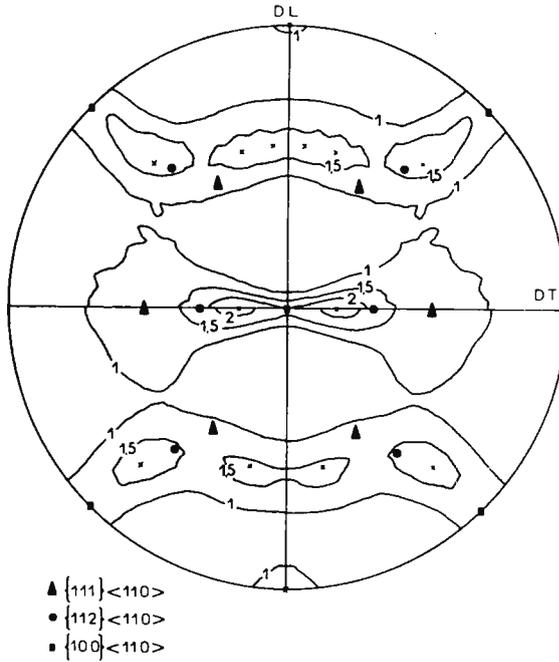


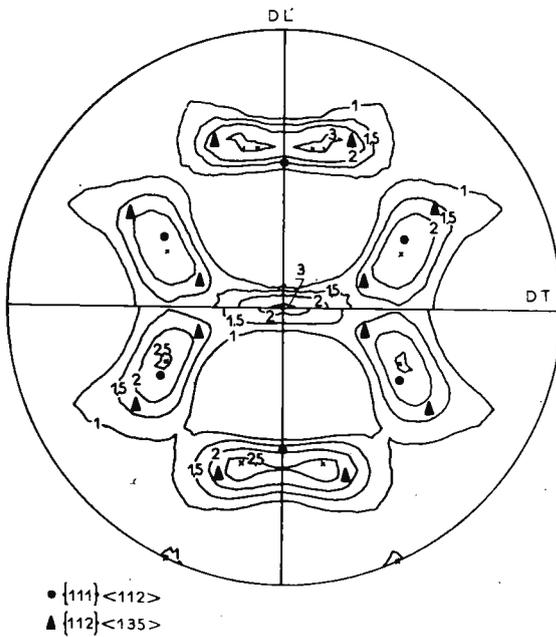
Fig.16 Figura de polos{200}del Fe-17%Cr laminado en caliente.Parte superior experimental.Parte inferior calculada a partir de la función textura (método de Williams)



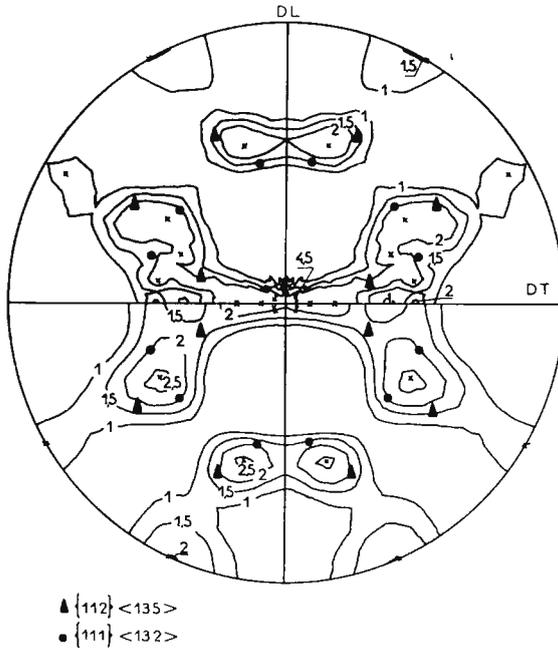
**Fig.17** Figura de polos  $\{200\}$  del Fe-3%Si laminado en caliente



**Fig.18** Figura de polos  $\{200\}$  del acero efervescente. Parte superior experimental. Parte inferior calculada a partir de la función textura (método de Roe-Bunge)



**Fig.19** Figura de polos del Fe-17%Cr laminado en caliente, laminado en frío y recocido



**Fig.20** Figura de polos  $\{200\}$  del Fe-3%Si laminado en caliente, laminado en frío y recocido.

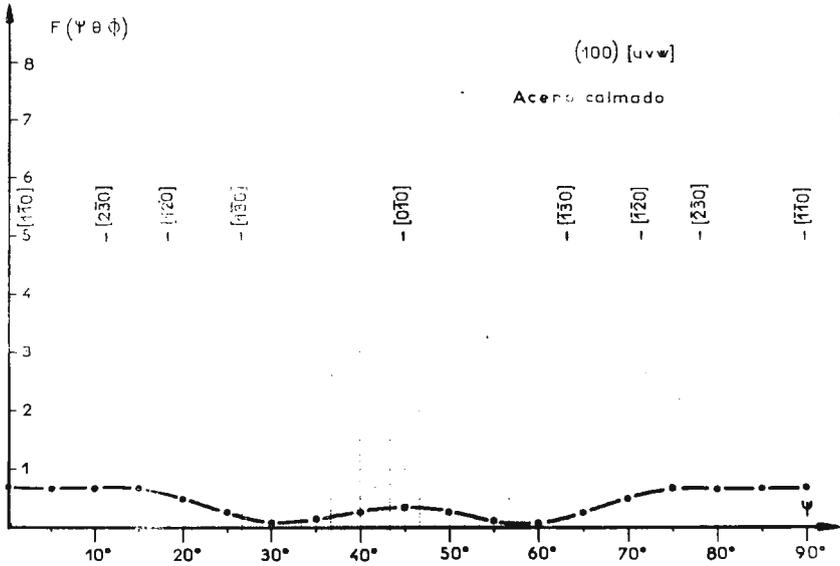


Fig.21 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100). Acero calmado. Método de Roe-Bunge

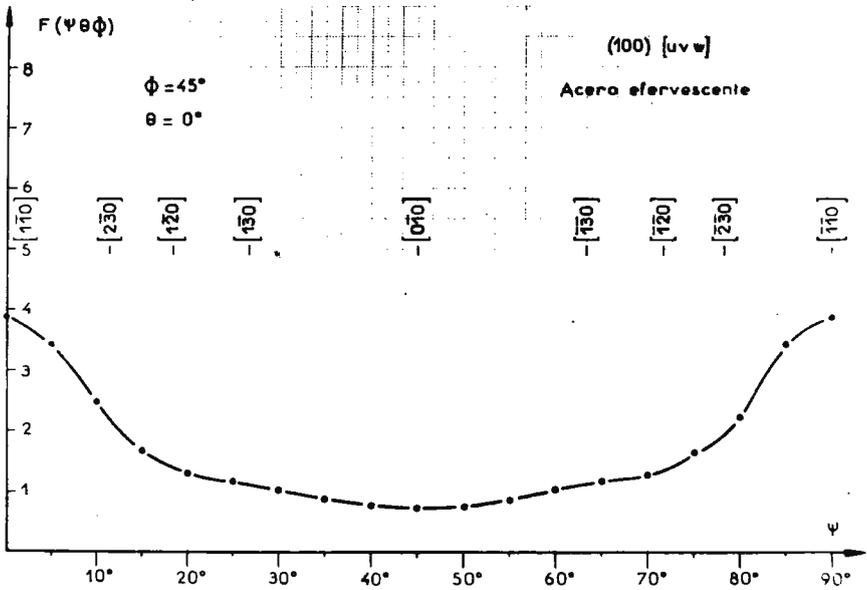


Fig.22 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100). Acero efervescente. Método de Roe-Bunge

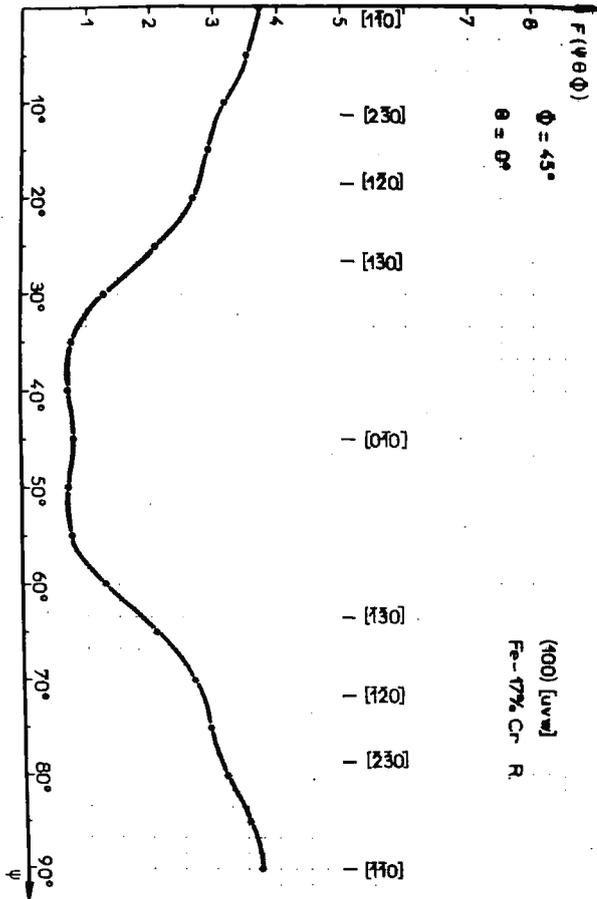


Fig. 23 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100). Fe-17%Cr recocido. Método de Roe-Bunge

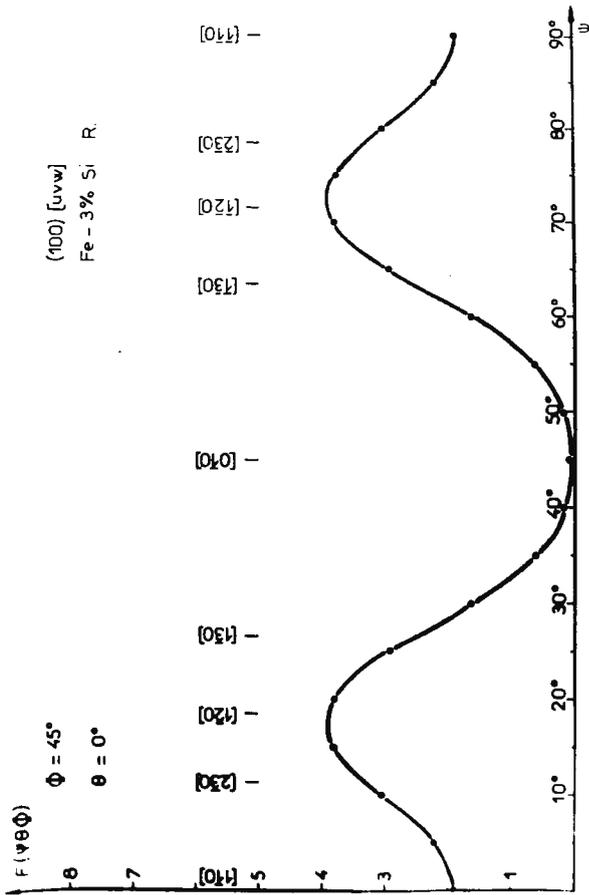


Fig. 24 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100)Fe-3%Si recocido

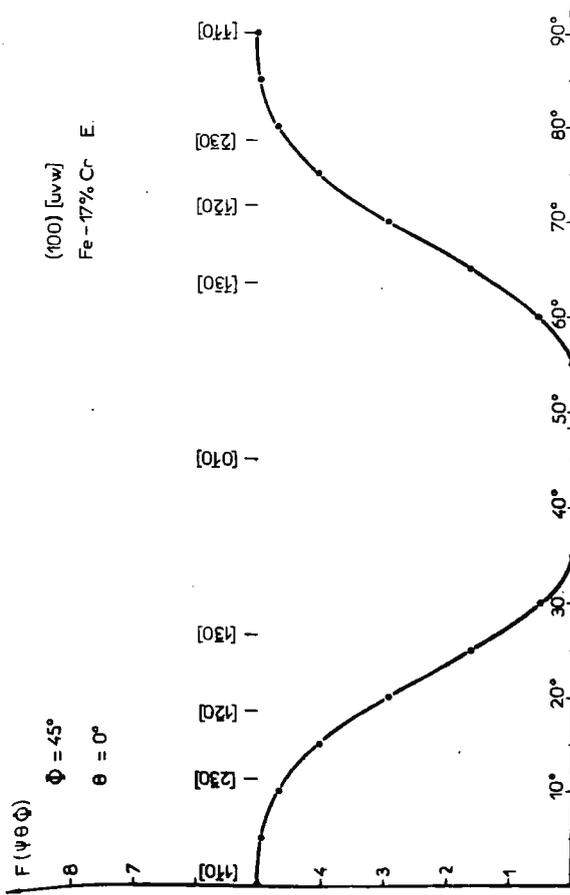


Fig. 25 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100). Fe-17%Cr recocido y traccionado 15%

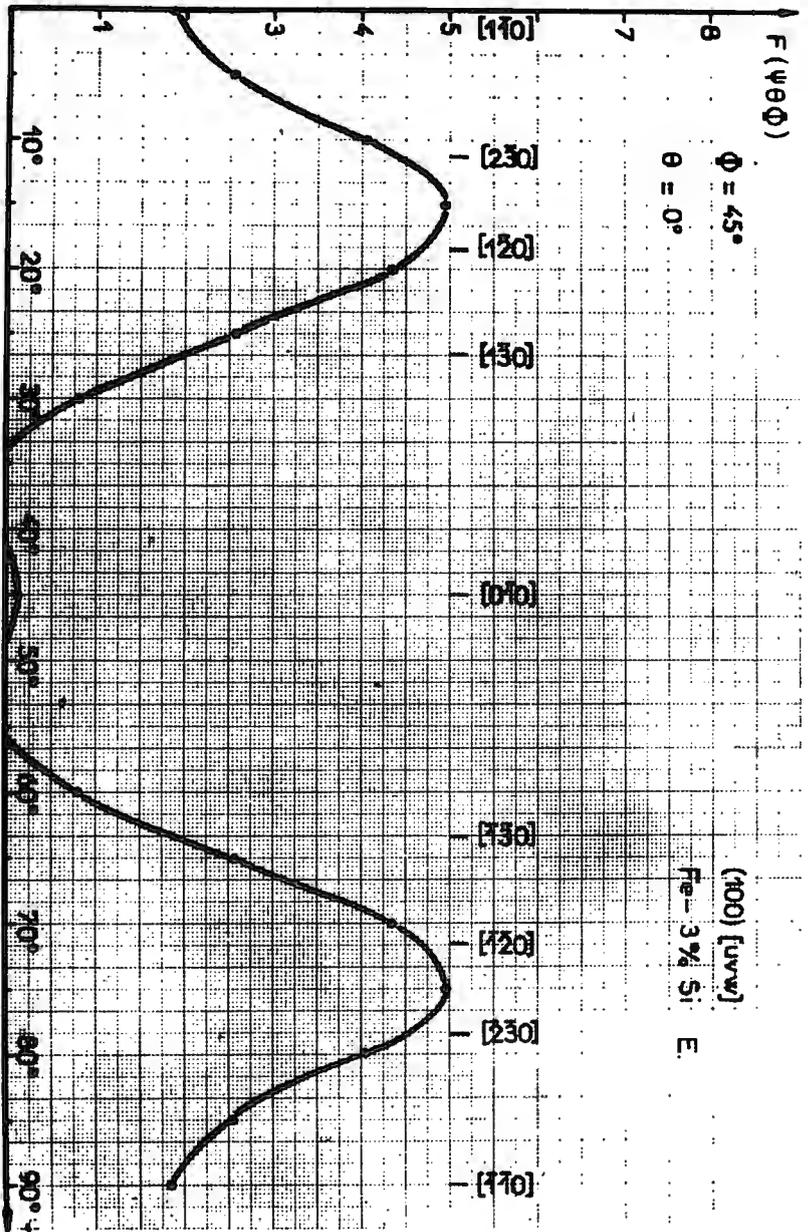


Fig. 26 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100) Fe-3%Si recocido y traccionado 10%

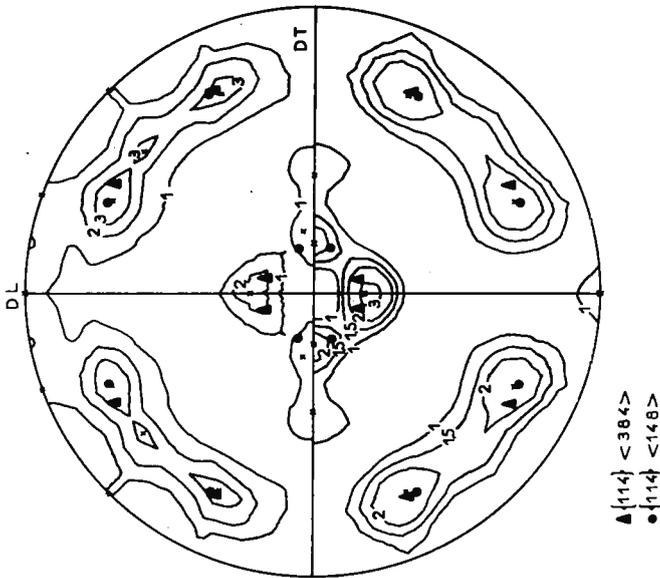
tarse de una componente estable en el transcurso de la tracción.

-Finalmente, las chapas de Fe-17%Cr y Fe-3%Si, laminadas en frío perpendicularmente a la dirección de laminación en caliente y recocidas, presentan una distribución bastante homogénea del parámetro  $R(\alpha)$  en el plano de laminación. Su textura, fig.27 y 28, es radicalmente distinta a la encontrada en chapas laminadas unidireccionalmente (fig.19 y 20), conforme el procedimiento elástico de fabricación. Las componentes encontradas, particularmente en el Fe-17%Cr, son vecinas de la orientación  $\{114\}\langle 148 \rangle$ , conocida bajo el nombre de "textura de recristalización del hierro" aparece en chapas recocidas que han sufrido previamente una reducción en frío superior al 70% (22). De lo dicho, parece deducirse que, las chapas laminadas unidireccionalmente y aquellas que han sido laminadas en frío a 90° de la dirección de laminación en caliente, sufren procesos de recristalización diferentes: en las primeras, los núcleos de recristalización han germinado preferentemente en el interior de los granos deformados en frío, mientras que en las segundas, la nucleación orientada tiene lugar en las juntas de grano preexistentes (23). Las fig.29 y 30, muestran la desaparición prácticamente total de la componente  $\{100\}\langle 110 \rangle$ , típica de los metales cúbicos centrados en el cuerpo laminados en frío (compárense con las fig.23 y 24, correspondientes a las chapas de Fe-17%Cr y Fe-3%Si, laminadas en caliente y en frío según la misma dirección y recocidas).

Intencionalmente han sido soslayadas en este trabajo, las interesantes correlaciones existentes entre la textura, estructura y propiedades mecánicas de las chapas investigadas (24,25,26). Nos hemos limitado al análisis de las orientaciones preferentes y su aplicación al cálculo de la anisotropía normal de chapas de aceros ferríticos. Queremos, sin embargo, hacer constar la necesidad de un estudio conjunto de los tres aspectos anteriormente mencionados, si realmente queremos desembocar en conclusiones prácticas, con repercusión tecnológica.

#### VI- CONCLUSIONES

La función de distribución de las orientaciones cristalinas por



**Fig.27** Figura de polos  $\{200\}$  del Fe-17%Cr laminado en caliente, laminado en frío perpendicularmente a la dirección de laminación en caliente y recocido. (comparar con la figura 19) Parte superior experimental. Parte inferior calculada (Método de Roe-Bunge)

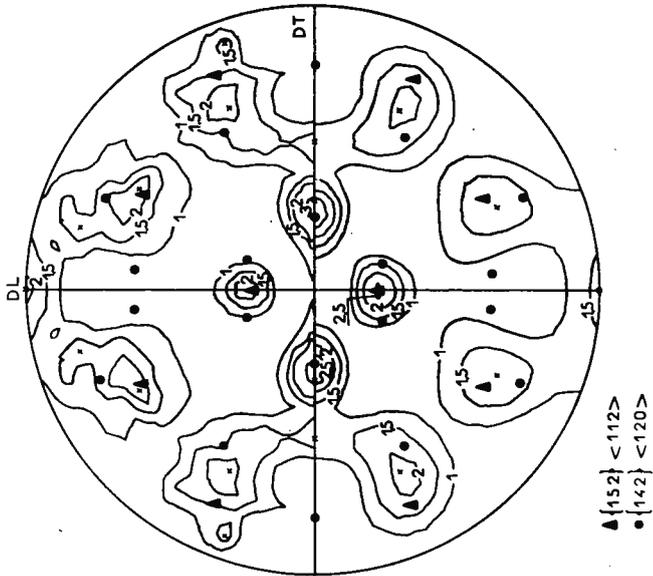


Figura 28 Figura de polos de polos  $\{200\}$  del Fe-3%Si laminado en caliente, laminado en frío perpendicularmente a la dirección de laminación en caliente y recocido (comparar con la fig. 20)

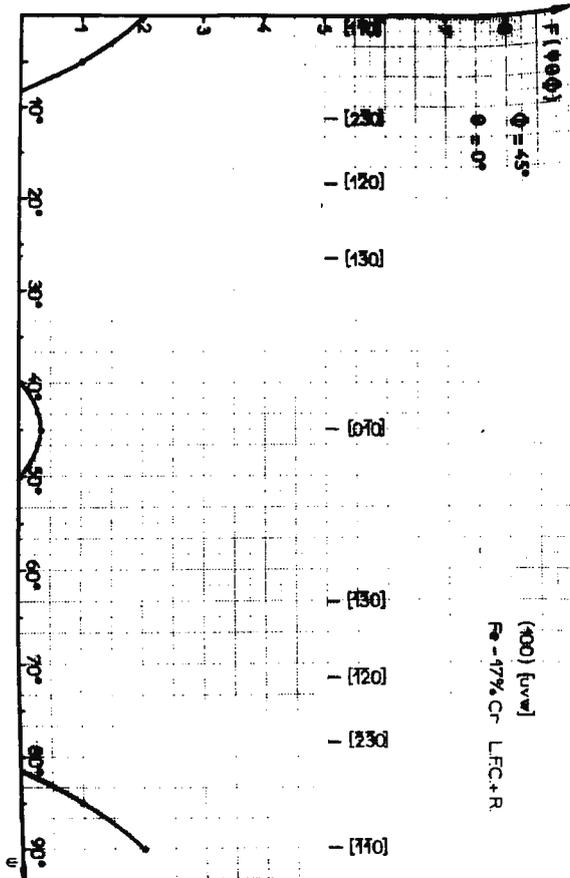


Fig. 29 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100) del Fe-17%Cr laminado en caliente, laminado en frío perpendicularmente a la dirección de laminación en caliente y recocido (comparar con la fig. 23) Método de Roe-Bunge

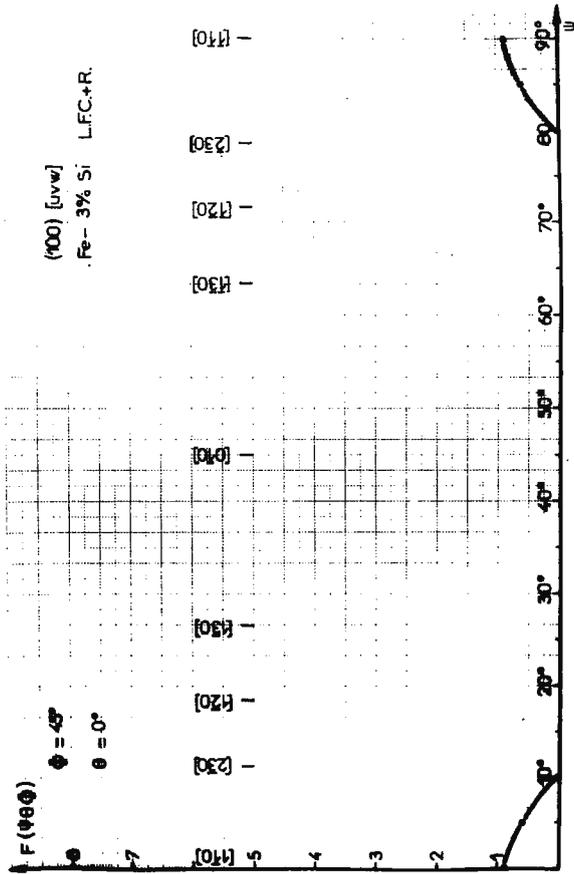


Fig.30 Distribución de la dirección de laminación en el plano (100) del Fe-3%Si laminado en caliente, laminado en frío perpendicularmente a la dirección de laminación en caliente y recocido (comparar con la fig.24) Método de Bunge.

el método de ROE-BUNGE, permite la descripción cuantitativa de la textura que presenta un material, mientras que las figuras de polos directas sólo permiten una representación de la textura en función de ciertas orientaciones ideales.

Resulta además posible, conocer el peso relativo de cada componente, la dispersión alrededor del valor máximo de la función textura y la distribución de la dirección de laminación en un plano (hkl) determinado. Este último punto, reviste particular importancia cuando se intenta establecer una correlación entre una determinada textura y la anisotropía de ciertas propiedades físicas, como la deformación plástica de metales en operaciones de tracción, laminación y embutición.

Por su parte, el método de cálculo de la función textura propuesto por WILLIAMS, basado en la relación existente entre las intensidades difractadas por una figura de polos y los valores que toma la función de distribución, envuelve procesos de cálculo menos complicados y onerosos que los del método de ROE-BUNGE. Tiene, como contrapartida, el inconveniente de una mayor dificultad de adaptación a los cálculos de deformación plástica de metales.

En cualquier caso, el conocimiento de la función textura hace posible hoy en día, la solución semicuantitativa de problemas tales como:

- Determinación de la anisotropía de propiedades mecánicas de un metal con textura conocida.
- Predicción teórica del desarrollo de una textura por aplicación de cualquier modo de deformación plástica.
- Predicción de la evolución de la tensión de fluencia necesaria para deformar en frío un metal.
- Optimización de la textura de un metal para un proceso concreto de conformación (endurecimiento o ablandamiento de un metal por textura).

En resumen, parece no muy lejano el momento en que será posible simular, basándose en las propiedades plásticas de los granos del metal, el comportamiento de un material (real o potencial) sometido a un proceso cualquiera de conformación

en frío y predecir las características finales del mismo, todo ello con garantía de precisión cuantitativa en los resultados obtenidos.



B I B L I O G R A F I A

- 1 .- W.F.HOSFORD y W.A.BACKOFEN  
Strength and Plasticity of textured metals,259  
Edit.Syracuse University Press.New York (1964)
- 2 .- G.F.CABAL,J.I.VERDEJA y J.A.PERO-SANZ  
Representación de texturas por el método de figuras  
de polos inversas.  
Pendiente de publicación en la revista Industria Mine-  
ra.
- 3 .- J.I.VERDEJA,G.F.CABAL,J.A.PERO-SANZ  
Ind.Min.,173 (1977)
- 4 .- R.J.ROE y W.R.KRIGBAUM  
J.Chem.Phys.,40,2608 (1964)
- 5 .- R.J.ROE y W.R.KRIGBAUM  
J.Chem.Phys.,41,737 (1964)
- 6 .- R.J.ROE  
J.Appl.Phys.,36,2024 (1965)
- 7 .- H.J.BUNGE  
Mathematische Methoden der Texturanalyse  
Edit.Akademieverlag.Berlin (1969)
- 8 .- R.O.WILLIAMS  
Trans.A.I.M.E.,242,105 (1968)
- 9 .- R.O.WILLIAMS  
J.Appl.Phys.,39,4329 (1968)
- 10 .- R.O.WILLIAMS  
Comunicación personal (abr.1974)
- 11 .- M.E.ROSE  
Elementary theory of angular momentum,cap.IV  
Edit.J.Wiley.New York (1957)
- 12 .- G.J.DAVIES,D.J.GOODWILL y J.S.KALLEND  
J.Appl.Cryst.,4,67 (1971)
- 13 .- G.I.TAYLOR  
J.Inst.Met.,62,307 (1938)
- 14 .- G.I.TAYLOR  
Proceedings of the colloquium on Deformation and Flow  
of Crystals,3.  
Edit. Springer-Verlag.Berlin (1956)
- 15 .- R.PENELLE  
Influencia de la anisotropía sobre el límite elástico y  
la ley de comportamiento de los metales.  
Curso Doctorado E.T.S.I.M.O (may.1976)

- 16 .- J.A.PERO-SANZ, J.GIL SEVILLANO y J.I.VERDEJA  
Métodos modernos de evaluación de la anisotropía  
normal y plana en chapas.  
1er Congreso de Ingeniería Industrial.Valencia(mar.  
1977).
- 17 .- P.PARNIERE y L.ROESCH  
I.R.S.I.D Rep.225 (1974)
- 18 .- G.F.CABAL, F.MENENDEZ y J.A,PERO-SANZ  
Métodos de predicción del coeficiente de anisotropía  
normal "R" en chapas de acero ferrítico.  
IV Asam. Gen.C.E.N.I.M.(ses.II) Madrid (jun.1977)
- 19 .- J.BELZUNCE, J.I.VERDEJA y J.A.PERO-SANZ  
Influencia del proceso de fabricación en las propie-  
dades de un acero calmado en lingotera.  
Pendiente de publicación en la revista "Metalurgia  
y Electricidad"
- 20 .- A.N.BRAMLEY y P.B.MELLOR  
Int.J.Mech.Sc., 10, 211 (1968)
- 21 .- E.A.PELEGRY  
Proyecto Fin de Carrera.E.T.S.I.M.O (1975)
- 22 .- T.R.THOMSON y J.M.BAKER  
J.Aust.Inst.Met., 14(2), 84 (1969)
- 23 .- W.B.HUTCHINSON  
Met.Sc., 8, 185 (1974)



## FUNDACION JUAN MARCH SERIE UNIVERSITARIA

### Títulos Publicados:

- 1.— *Semántica del lenguaje religioso* / A. Fierro  
(Teología. España, 1973)
- 2.— *Calculador en una operación de rectificación discontinua*/A. Mulet  
(Química. Extranjero, 1974)
- 3.— *Skarns en el batolito de Santa Olalla*/F. Velasco  
(Geología. España, 1974)
- 4.— *Combustión de compuestos oxigenados*/J.M. Santiuste  
(Química. España, 1974)
- 5.— *Películas ferromagnéticas a baja temperatura*/José Luis Vicent López  
(Física. España, 1974)
- 6.— *Flujo inestable de los polímeros fundidos*/José Alemán Vega  
(Ingeniería. Extranjero, 1975)
- 7.— *Mantenimiento del hígado dador in vitro en cirugía experimental*  
José Antonio Salva Lacombe (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1973)
- 8.— *Estructuras algebraicas de los sistemas lógicos deductivos*/José Plá Carrera  
(Matemáticas. España, 1974)
- 9.— *El fenómeno de inercia en la renovación de la estructura urbana.*  
Francisco Fernández-Longoria Pinazo (Urbanización del Plan Europa 2.000  
a través de la Fundación Europea de la Cultura)
- 10.— *El teatro español en Francia (1935–1973)* / F. Torres Monreal  
(Literatura y Filología. Extranjero, 1971)
- 11.— *Simulación electrónica del aparato vestibular*/J.M. Drake Moyano  
(Métodos Físicos aplicados a la Biología. España, 1974)
- 12.— *Estructura de los libros españoles de caballerías en el siglo XVI.*  
Federico Francisco Curto Herrero (Literatura y Filología. España, 1972)
- 13.— *Estudio geomorfológico del Macizo Central de Gredos*  
M. Paloma Fernández García (Geología. España, 1975)
- 14.— *La obra gramatical de Abraham Ibn c Ezra*/Carlos del Valle Rodriguez  
(Literatura y Filología. Extranjero, 1970)

- 15.— *Evaluación de Proyectos de Inversión en una Empresa de producción y distribución de Energía Eléctrica.*  
*Felipe Ruíz López (Ingeniería. Extranjero, 1974)*
- 16.— *El significado teórico de los términos descriptivos/Carlos Solís Santos*  
*(Filosofía. España, 1973)*
- 17.— *Encaje de los modelos econométricos en el enfoque objetivos-instrumentos relativos de política económica./ Gumersindo Ruíz Bravo*  
*(Sociología. España, 1971)*
- 18.— *La imaginación natural (estudio sobre la literatura fantástica norteamericana).* / *Pedro García Montalvo*  
*(Literatura y Filología. Extranjero, 1974)*
- 19.— *Estudio sobre la hormona Natriurética.* / *Andrés Purroy Unanua*  
*(Medicina, Farmacia y Veterinaria. Extranjero, 1973)*
- 20.— *Análisis farmacológico de las acciones miocárdicas de bloqueantes Beta-Adrenérgicos./ José Salvador Serrano Molina*  
*(Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1970)*
- 21.— *El hombre y el diseño industrial./Miguel Durán-Lóriga*  
*(Artes Plásticas. España, 1974)*
- 22.— *Algunos tópicos sobre teoría de la información./ Antonio Pascual Acosta*  
*(Matemáticas. España, 1975)*
- 23.— *Un modelo simple estático. Aplicación a Santiago de Chile*  
*Manuel Bastarache Alfaro (Arquitectura y Urbanismo. Extranjero, 1973)*
- 24.— *Moderna teoría de control: método adaptativo-predictivo*  
*Teoría y realizaciones. /Juan Manuel Martín Sánchez*  
*(Ingeniería. España, 1973)*
- 25.— *Neurobiología (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio sobre Investigaciones biológicas 1977)*
- 26.— *Genética (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio sobre Investigaciones biológicas 1977)*
- 27.— *Genética (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio sobre Investigaciones biológicas 1977)*
- 28.— *Investigación y desarrollo de un analizador diferencial digital (A.D.D.) para control en tiempo real. /Vicente Zugasti Arbizu*  
*(Física. España, 1975)*
- 29.— *Transferencia de carga en aleaciones binarias./ Julio A. Alonso*  
*(Física. Extranjero, 1975)*
- 30.— *Estabilidad de osciladores no sinusoidales en el rango de microondas.* / *José Luis Sebastian Franco.*  
*(Física. Extranjero, 1974)*

31. – *Estudio de los transistores FET de microondas en puerta común.* Juan Zapata Ferrer. (Ingeniería. Extranjero, 1975).
32. – *Estudio sobre la moral de Epicuro y el Aristóteles esotérico.* / Eduardo Acosta Mendez (Filosofía. España, 1973)
33. – *Las Bauxitas Españolas como mena de aluminio.* / Salvador Ordoñez Delgado (Geología. España, 1975).
34. *Los grupos profesionales en la prestación de trabajo: obrero y empleados.* / Federico Durán López (Derecho. España, 1975)
35. – *Obtención de Series aneuploides (monosómicas y ditelosómicas) en variedades españolas de trigo común.* / Nicolás Jouve de la Barreda. (Ciencias Agrarias. España, 1975).
36. – *Efectos dinámicos aleatorios en túneles y obras subterráneas.* / Enrique Alarcón Alvarez. (Ingeniería. España, 1975).
37. – *Lenguaje en periodismo escrito.* / Fernando Lázaro Carreter, Luis Michelena Elissalt, Robert Escarpit, Eugenio de Bustos, Víctor de la Serna, Emilio Alarcos Llorach y Juan Luis Cebrián. (Seminario organizado por la Fundación Juan March los días 30 y 31 de mayo de 1977).
38. – *Factores que influyen en el espigado de la remolacha azucarera, Beta vulgaris L.* / José Manuel Lasa Dolhagaray y Antonio Silván López. (Ciencias Agrarias. España, 1974).
39. – *Compacidad numerable y pseudocompacidad del producto de dos espacios topológicos. Productos finitos de espacios con topologías proyectivas de funciones reales.* / José Luis Blasco Olcina (Matemáticas. España, 1975).
40. – *Estructuras de la épica latina.* / M<sup>a</sup>. del Dulce Nombre Estefanía Alvarez. (Literatura y Filología, España, 1971).
41. – *Comunicación por fibras ópticas.* / Francisco Sandoval Hernandez (Ingeniería. España, 1975).



