

La Serie Universitaria de la Fundación Juan March presenta resúmenes, realizados por el propio autor, de algunos estudios e investigaciones llevados a cabo por los becarios de la Fundación y aprobados por los Asesores Secretarios de los distintos Departamentos.

El texto íntegro de las Memorias correspondientes se encuentra en la Biblioteca de la Fundación (Castello, 77. Madrid-6).

La lista completa de los trabajos aprobados se presenta, en forma de fichas, en los Cuadernos Bibliográficos que publica la Fundación Juan March.

Estos trabajos abarcan las siguientes especialidades: Arquitectura y Urbanismo; Artes Plásticas; Biología; Ciencias Agrarias; Ciencias Sociales; Comunicación Social; Derecho; Economía; Filosofía; Física; Geología; Historia; Ingeniería; Literatura y Filología; Matemáticas; Medicina, Farmacia y Veterinaria; Música; Química; Teología. A ellas corresponden los colores de la cubierta.

Edición no venal de 300 ejemplares, que se reparte gratuitamente a investigadores, Bibliotecas y Centros especializados de toda España.

Este trabajo fue realizado con una Beca de España, 1975. Departamento de Ingeniería.

Fundación Juan March



FJM-Uni 36-Ala
Efectos dinámicos aleatorios en
Alarcón Alvarez, Enrique.
1031728



Biblioteca FJM

Fundación Juan March (Madrid)

SERIE UNIVERSITARIA



Fundación Juan March

Efectos dinámicos aleatorios en túneles y obras subterráneas

Enrique Alarcón Alvarez

Efectos dinámicos aleatorios en túneles y obras subterráneas/Enrique Alarcón Alvarez

FJM
Uni-
36
Ala

36

Fundación Juan March
Serie Universitaria

36

Efectos dinámicos aleatorios en túneles y obras subterráneas

Enrique Alarcón Alvarez



Fundación Juan March
Castelló, 77. Telef. 225 44 55
Madrid - 6

***La Fundación Juan March no se solidariza
necesariamente con las opiniones de los
autores cuyas obras publica.***

Depósito Legal: M-27954 - 1977
I.S.B.N. - 84 - 7075 - 058 - 5
Ibérica, Tarragona, 34. - Madrid-7

I N D I C E

I.-	INTRODUCCION	1
II.-	EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN PROBLEMAS DINAMICOS	6
III.-	FORMULACION GENERAL MEDIANTE SUBESTRUCTURACION	12
IV.-	ANALISIS DEL MEDIO	23
V.-	EVALUACION DE LA RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA . . .	27
	BIBLIOGRAFIA	42
	FIGURAS	

I. INTRODUCCION

Objetivo.

La construcción de una obra subterránea con las características de un túnel o conducción de cualquier tipo afecta las propiedades del medio en el que se realiza, poniendo de manifiesto un problema que solo en épocas relativamente recientes ha recibido atención: la interacción terreno-estructura.

Si en las construcciones exteriores (edificios, presas, etc.) la importancia de la interacción solo existe en los casos de grandes obras, aquí la cuestión se plantea como algo intrínseco a la naturaleza del problema.

La inclusión de las características del terreno en el análisis dinámico no es un problema sencillo, debido tanto a las irregularidades geométricas posibles, como a la incertidumbre respecto a las propiedades mecánicas. Por si fuera poco la aleatoriedad de las sollicitaciones que estudiamos; terremotos, explosiones, etc. exige un tratamiento estadístico de los resultados que se obtengan.

Aunque se han realizado intentos analíticos para la resolución del problema, tropiezan siempre con la dificultad de las drásticas simplificaciones que es -

preciso suponer para hacer tratable el problema; estas simplificaciones pueden falsear los resultados deseados.

De hecho el único medio de introducir las numerosas variantes que aparecen es recurrir a los métodos numéricos de discretización. En este estudio, según veremos, hemos tanteado dos posibilidades. Finalmente el método de los elementos finitos (F.E.M.) aparece como el más adecuado por su versatilidad y rapidez.

El análisis dinámico mediante elementos finitos presenta algunos problemas, relativos fundamentalmente al modelado del medio. En efecto, la discretización introduce problemas al pretender simular la propagación de las ondas, y la presencia de contornos a distancia finita hace que se presenten problemas a menos que se dispongan medios como contornos absorbentes o cualquier otro procedimiento que elimine las reflexiones en los bordes.

El problema es grave pues se precisa disponer de un número muy grande de elementos lo que, limitado por la capacidad de la máquina, puede provocar una malla inadecuada para la representación de la estructura, siendo así que esta es nuestra preocupación básica.

Por otro lado, si se utiliza la técnica modal,

los dos o tres primeros modos del sistema global pueden no dar una representación apropiada del comportamiento de la estructura.

El objetivo de este trabajo es la puesta a punto de un método que permita solventar estas dificultades y obtener la respuesta estructural con la precisión que se desee. Dado el carácter aleatorio de la sollicitación se ha dado un paso más y lo que se ha finalizado es con un estudio estadístico de la respuesta.

Métodos previos.

Métodos analíticos.

El estudio de los efectos dinámicos en túneles registró un considerable impulso como consecuencia de la presión militar para conseguir refugios fiables en la guerra nuclear. Los métodos analíticos pueden verse en DORRIS (1965); LUSCHER (1964); WIEDERMANN (1960); NOW (1964); YOSHIHARA y otros (1963).

La lámina cilíndrica se considera elástica, isótropa, homogénea y de longitud infinita. El medio que la rodea es también elástico, isótropo y homogéneo para poder aplicarle la teoría clásica de la elasticidad. Se utiliza una onda plana, P ó S, perpendicular a la lámina y envolviéndola progresivamente.

La respuesta de la lámina se estudia expresando las componentes radial y tangencial del movimiento en serie de FOURIER, cada uno de cuyos términos es un modo.

Las cargas en la lámina resultan de las tensiones en el contorno del medio, las cuales son la suma de la onda de tensión y las de las reflejada y refractada que se expresan en función de un par de potenciales de los movimientos.

Las ecuaciones a resolver consisten en dos pares de ecuaciones integrodiferenciales acopladas, que se resuelven mediante cualquier procedimiento numérico, como por ejemplo el de NEWARK.

Discretización.

Con objeto de recoger las diferentes propiedades de estructura y suelo se ha procedido a discretizar la estructura y el medio. En problemas relativos a interacción en superficie son clásicos los trabajos de CASTELLANI (1970); PARMELEE y WRONKIEWICZ (1971); RAINER (1971); WEISSMANN (1972); SARRAZIN, ROESSET y WHITMAN (1972). En casi todos ellos la tendencia consistió en modelar el suelo mediante un semiespacio elástico o viscoelástico, con la base de la estructura asimilada a una placa rígida. Ello fué posible tras el desarrollo de so

luciones elásticas para las funciones representativas - de la admitancia del semiespacio. Interesantes tabulaciones se encuentran, por ejemplo, en la obra de RICHART, HALL y WOODS (1970).

La técnica de discretización en túneles fué aplicada por DAWKINS (1969), con objeto de estudiar la posible mejora introducida por el uso de capas de amortiguación. Otros como YUAN y WALKER (1971) han aplicado el mismo modelo a problemas más complejos con resultados adecuados.

El procedimiento es llamativo, pues las solⁱcitaciones originadas por terremotos fuertes o por los picos de presión de explosiones provocan sin embargo - plastificaciones momentáneas tanto en el terreno como - en el revestimiento y por ello un modelo que pretenda - ser representativo debe tener en cuenta las características reales de los materiales que intervienen en el - problema.

A este respecto, la construcción de túneles presenta características particulares; como es bien sabido la excavación del túnel provoca la decompresión - del terreno circundante, y, por tanto, la aparición de una zona con características "sui-géneris" completamente distintas a las del terreno origen. Dependiendo de

la naturaleza de éste, el tamaño de la zona decomprimida puede estimarse a groso modo según un círculo cuyo tamaño ha sido estudiado por varios autores.

Un fenómeno semejante se provoca otras veces en forma artificial mediante la excavación en roca de un orificio de tamaño superior al necesario y la interposición entre él y el revestimiento de una caja de material aislante. Un caso típico lo constituyen los conductos para refugios antiatómicos o ciertas condiciones.

Salvando el resto de las importantes variantes que puede introducir el terreno, es claro que los factores anteriores van a tener una decidida importancia sobre el comportamiento del revestimiento, influencia que es despreciada en las soluciones analíticas a que hemos hecho referencia.

II. EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS (F.E.M.) EN LOS PROBLEMAS DINAMICOS.

Introducción.

El método de los elementos finitos surgió hace unos 20 años, como prolongación de los métodos matriciales de cálculo de estructuras, ante la necesidad de afrontar los complejos problemas estructurales de -

la técnica aeronáutica.

Su aplicación a los casos dinámicos no se hizo esperar y son famosos, por ejemplo, los estudios de Argyris sobre el comportamiento dinámico de los - "Starfighter".

Sin embargo el análisis dinámico no es una mera prolongación del estático, ya que aparece complicaciones relacionadas fundamentalmente con la propagación de ondas; complicaciones que solo en tiempos recientes han sido analizadas con cuidado.

Técnicas de solución.

La resolución de las ecuaciones de campo - puede conseguirse mediante su tratamiento directo o - bien desacoplandolas mediante la técnica modal. Cualquiera de los dos procedimientos tiene ventajas según su análisis espectral.

Vamos a realizar algunos comentarios sobre la procedencia y rendimiento de los diversos métodos.

Análisis modal.

El análisis modal es una consecuencia de - la resolución del problema de autovalores

$$\underline{K} \underline{\phi}_n = \underline{M} \underline{\phi}_n \omega_n^2 \quad \dots (1)$$

relacionado con

$$\underline{M} \ddot{\underline{x}} + \underline{C} \dot{\underline{x}} + \underline{K} \underline{x} = \underline{F}(t) \quad \dots (2)$$

mediante

$$\underline{x} = \underline{\phi} e^{i\omega t}$$

y donde ω_n^2 son las frecuencias o autovalores de los que los $\underline{\phi}$ son los correspondientes modos o autovalores.

Obtenidos los modos, un cambio de variable

$$\underline{x} = \underline{\phi} \underline{\xi} \quad \dots (3)$$

donde $\underline{\phi}$ es una matriz cuyas columnas son los modos, transforma (2) en

$$\underline{M} \underline{\phi} \ddot{\underline{\xi}} + \underline{C} \underline{\phi} \dot{\underline{\xi}} + \underline{K} \underline{\phi} \underline{\xi} = \underline{f}(t)$$

que al premultiplicar por $\underline{\phi}^T$ conduce a

$$\underline{\phi}^T \underline{M} \underline{\phi} \ddot{\underline{\xi}} + \underline{\phi}^T \underline{C} \underline{\phi} \dot{\underline{\xi}} + \underline{\phi}^T \underline{K} \underline{\phi} \underline{\xi} = \underline{\phi}^T \underline{f}(t) \quad \dots (4)$$

Según (1)

$$\underline{\phi}_n^T \underline{K} \underline{\phi}_n = \underline{\phi}_n^T \underline{M} \underline{\phi}_n \omega_n^2$$

para cada columna, y además

$$\underline{\phi}_n^T \underline{M} \underline{\phi}_m = 0$$

según se puede probar fácilmente.

Resulta de ello que, si se cumple

$$\underline{C} = \alpha \underline{K} + \beta \underline{M}$$

$$\underline{\phi}^T \underline{C} \underline{\phi} = \alpha \underline{\phi}^T \underline{K} \underline{\phi} + \beta \underline{\phi}^T \underline{M} \underline{\phi}$$

es decir que $\underline{\phi}^T \underline{C} \underline{\phi}$ es también diagonal por lo que (4) son en realidad n ecuaciones desacopladas - en las que, si se hace

$$\underline{\phi}_n^T \underline{M} \underline{\phi} = 1 \quad \forall n$$

se obtienen la forma típica

$$\ddot{\xi}_n + 2 \zeta w_n \dot{\xi}_n + w_n^2 \xi_n = F_n(t) \dots (5)$$

A continuación haremos algunos comentarios sobre la resolución de (5). En realidad el mayor trabajo de cálculo consiste en la obtención de autovalores y autovectores. Existen numerosos programas de biblioteca que resuelven este problema, de los cuales posiblemente el más interesante para sistemas con muchos grados de libertad sea el de la iteración por subespacios que viene descrito, por ejemplo, por — BATHE y WILSON.

El número de operaciones necesarias para — cada autovalor es

$$4 N b^2 \sim 8 N b^2$$

donde N es el orden de \underline{K} y b su ancho de banda.

El interés del método modal radica en que la respuesta a las sollicitaciones sísmicas viene influida fundamentalmente por los primeros modos de vibración. Determinados un cierto número $m < n$ de ellos se puede reconstruir la respuesta a partir de (3)

$$\begin{array}{ccccc} \underline{x} & = & \underline{\phi} & \cdot & \underline{\xi} \\ (nx1) & & (n \times m) & & (m \times 1) \end{array}$$

Dominio temporal. Método paso a paso.

La resolución de (5) se puede realizar mediante las técnicas y programas discutidos en (NEWMARK). Allí puede verse que la respuesta es

$$\begin{aligned} \underline{\xi} = e^{-\zeta \omega t} & \left[\underline{\xi}(0) \cos \omega_d t + \frac{\dot{\underline{\xi}}(0) + \zeta \omega \underline{\xi}(0)}{\omega_d} \operatorname{sen} \omega_d t \right. \\ & \left. + \frac{1}{m \omega_d} \int_0^t F e^{-\zeta \omega(t-\tau)} \operatorname{sen} \omega_d (t-\tau) d\tau \right] \end{aligned}$$

obteniéndose en general mediante un método de integración paso a paso que en nuestro caso es el programa -

SISLIN, en el que se supone una variación lineal de la aceleración en el intervalo correspondiente al de ob - tención de puntos del acelerograma simulado.

Según se dice allí, esto tiene ventajas sobre la utilización de la resolución directa de una integral de DUHAMEL, ya que en este último caso es preciso repetir todas las operaciones para cada punto a calcular, mientras que en el paso a paso se van aprovechando los resultados previos.

Dominio de la frecuencia.

El dominio de la frecuencia se basa en la - descomposición espectral de la carga $F_n(t)$, mediante la transformación de FOURIER.

$$F_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F_n^{\#}(w) e^{iwt} dw \quad \dots (6)$$

La respuesta a una sollicitación $F_n^{\#}(w) e^{iwt}$ es del tipo

$$\xi_n^{\#}(w) e^{iwt}, \text{ por lo que entrando en (5)}$$

se obtiene

$$\xi_n^{\#}(w) \left[w_n^2 + 2 i \zeta_n w_n w - w^2 \right] = F_n^{\#}(w)$$

$$\xi_n^{\#}(w) = \frac{F_n^{\#}(w)}{w_n^2 + 2 i \zeta_n w_n w - w^2} = \frac{F_n^{\#}(w)}{G_n(w)}$$

De ahí, utilizando de nuevo una expresión del tipo (6), se puede reconstruir

$$\xi_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi_n^*(w) e^{iwt} dw$$

Tanto un método como el otro son comparables en rápidez desde que se dispuso de la F.F.T de COOLEY y TUKEY. De cara a una análisis sísmico el método en frecuencia puede ser interesante ya que desarrolla un mayor conocimiento del comportamiento del medio.

III.- FORMULACION GENERAL MEDIANTE SUBESTRUCTURA - CION.

Introducción.

La primera idea que se ocurre cuando se dispone de una herramienta como el F.E.M. es su - uso directo en el problema mediante el trazado de una malla que afecte al medio y a la estructura y la resolución del sistema de ecuaciones establecido sobre el conjunto.

Este procedimiento ha sido utilizado por numerosos autores como WILSON, DUNS, etc., pero presenta algunos inconvenientes que serán puestos de -

manifiesto en páginas posteriores.

Otro procedimiento es subdividir el problema en dos partes correspondientes al medio y a la estructura, introduciendo en las ecuaciones de esta última las funciones de influencia del medio.

De entre las diversas posibilidades de realización hemos escogido la que se expone en la segunda parte del capítulo, donde se hace hinc - pié en las ventajas del método de subestructura - ción y se realiza una exposición completa del mis - mo.

Formulación global.

La formulación global puede ser muy in - teresante en situaciones en que las dimensiones - del medio sean pequeñas comparadas con las de la estructura, por estar aquél limitado por zonas rí - gidas. En este caso es posible encontrar un tama - ño de malla que, simulando convenientemente el me - dio, sirva también con el suficiente detalle las peculiaridades de la estructura.

Para el caso de espacios semiinfinitos o estructuras multicapa de grandes dimensiones la

cuestión se complica en virtud de las observaciones y comentarios del apartado (II.).

El procedimiento, una vez discretizado el modelo, consiste en proceder a una deconvolución del movimiento simulado en superficie hasta la roca firme, o estrato límite de influencia en nuestra obra.

Esta operación es una fuente de errores - ya que para ser realizada implica la emisión de hipótesis sobre la naturaleza del terreno y lo que es - peor, la evolución de las ondas a través de él. Precisamente una de las ventajas del método de subestructuración es, como apuntaremos, la posibilidad de manejar registros reales sin hipótesis adicionales.

El sistema queda definido por dos grados de libertad por nodo, correspondientes respectivamente al movimiento vértical y al horizontal. En los nodos de la base se suponen aplicadas aceleraciones horizontales \ddot{x}_S^u y vérticales \ddot{x}_S^v para las que los vectores de influencia son, respectivamente

$$\underline{r}_1^T = [1, 0, 1, 0, \dots \dots \dots 1, 0]$$

$$\underline{r}_2^T = [0, 1; 0; 1; \dots \dots \dots ;0, 1]$$

si convenimos en numerar en primer lugar el grado de

libertad horizontal en cada nodo. Los productos $\underline{m} \underline{r}$ son entonces

$$(\underline{E}^u)^T = (\underline{M} \underline{r}_1)^T = M_1; 0; M_2; 0; \dots; M_n; 0$$

$$(\underline{E}^v)^T = (\underline{M} \underline{r}_2)^T = 0; M_1; 0; M_2; \dots; 0; M_n$$

y el vector de fuerza efectiva a utilizar en una ecuación semejante a la (2)

$$\underline{F}(t) = \underline{a}_S^u \underline{E}^u - \underline{a}_S^v \underline{E}^v$$

De esta forma la ecuación del movimiento es

$$\underline{M} \underline{\ddot{x}} + \underline{C} \underline{\dot{x}} + \underline{K} \underline{x} = \underline{F}(t)$$

El método de subestructuración.

La labor del ingeniero se concentra fundamentalmente en el análisis de las estructuras - que construye, y de hecho lo importante en un problema de interacción es determinar cómo afecta esta interacción al comportamiento estructural.

El método de subestructuración viene a cubrir esta necesidad de disponer de un procedimiento que ponga especial énfasis en la obra de - ingeniería.

Ello se consigue considerando el terreno como una subestructura y usando las soluciones en la modificación de las ecuaciones de la otra subestructura que es la obra. Como ambas labores se realizan por separado, pueden afinarse hasta el grado apropiado a cada subestructura.

Ello permite por ejemplo utilizar las soluciones de la elasticidad tradicional en el estudio del medio o bien recurrir al F.E.M. cuando aqué- llo no sea posible. El estudio de la obra, por otro lado, se puede afinar todo lo que se desee una vez que se ha conseguido la solución para el medio.

A continuación vamos a desarrollar el método en términos generales, aunque en caso de secciones de estructura muy esbeltas podrá ser posible una simplificación del sistema de ecuaciones sin mayor problema.

Ecuaciones de la estructura.

En la estructura se puede hablar de nodos libres cuyos movimientos vengan representados por \underline{x}^t y nodos ligados al medio con movimientos \underline{x}_s^t . El vector de movimientos está pues particionado.

$$\left\{ \begin{array}{c} \underline{x}^t \\ \dots \\ \underline{x}_s^t \end{array} \right\}$$

y por ello la ecuación (2) puede especializarse en forma congruente

$$\left[\begin{array}{c|c} \underline{M} & \underline{M}_s \\ \hline \underline{M}_s^T & \underline{M}_{ss} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{x}^t \\ \underline{x}_{ss} \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{c|c} \underline{C} & \underline{C}_s \\ \hline \underline{C}_s^T & \underline{C}_{ss} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{x}^t \\ \underline{x}_{ss} \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{c|c} \underline{K} & \underline{K}_s \\ \hline \underline{K}_s^T & \underline{K}_{ss} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{x}^t \\ \underline{x}_{ss} \\ \dots \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \underline{F}_s \\ \dots \end{array} \right\} \quad (7)$$

En el caso dinámico suponemos que las únicas fuerzas - actuantes son las $\underline{F}_s(t)$ provocadas por las reacciones del suelo sobre la estructura, y que están relacionadas con los movimientos \underline{x}_s^t mediante ciertas funciones de transferencia.

En el dominio del tiempo esas pueden expresarse mediante ecuaciones integro-diferenciales de tipo Volterra cuya mejor manera de tratar es en el dominio de la frecuencia.

Para ello se recurre a la transformación - de Fourier poniendo

$$\left\{ \begin{array}{c} \underline{x}^t \\ \underline{x}_s^t \end{array} \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \underline{x}^t(w) \\ \underline{x}_s^t(w) \end{array} \right\} e^{iwt} dw$$

y

$$\underline{F}_S(t) = \sum_w \underline{F}_S^{\#}(w) e^{iwt}$$

donde según se había dicho en 2 el número de w para las que se realiza la operación debe ser el adecuado según el problema en curso.

La sustitución de estas expresiones en (7)

provoca

$$\left\{ -w^2 \begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{M}_{-S} \\ \underline{M}_{-S}^T & \underline{M}_{-SS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C}_{-S} \\ \underline{C}_{-S}^T & \underline{C}_{-SS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K}_{-S} \\ \underline{K}_{-S}^T & \underline{K}_{-SS} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}_{-S}^t(w) \\ \underline{x}_{-SS}^t(w) \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{F}_S^{\#}(w) \end{pmatrix} \dots (8)$$

Ecuaciones del medio.

Llamemos \underline{V}_S^t los movimientos de los puntos del medio en contacto con la estructura. Si no existiera ésta los movimientos serían los registrados por un sismografo \underline{V}_{S0} . En general estos movimientos serán distintos en cada punto pero dadas las dimensiones de nuestras estructuras y la falta de información disponible su pondremos que son iguales, por lo que,

$$\ddot{\underline{V}}_{S0}^t = \ddot{a}_S^u \underline{r}_1 + \ddot{a}_S^v \underline{r}_2$$

La diferencia de movimientos es la causante de la interacción

$$\underline{V}_s = \underline{V}_s^t - \underline{V}_{s0} \quad \dots (9)$$

En el dominio de la frecuencia se podría escribir (9) tras una descomposición del tipo

$$\underline{V}_s^t = \sum_w \underline{V}_s^t \Xi(w) e^{i\omega t}$$

$$\underline{V}_{s0} = \sum_w \underline{V}_{s0} \Xi(w) e^{i\omega t}$$

en la forma

$$\underline{V}_s \Xi(w) = \underline{V}_s^t \Xi(w) - \underline{V}_{s0} \Xi(w)$$

Esta diferencia provoca unas fuerzas de interacción

$$\underline{F}_s \Xi(w) = \underline{X}(w) \underline{V}_s \Xi(w) \quad \dots (10)$$

donde X(w) es la matriz de rigidez en frecuencia del medio, o matriz de rigidez dinámica cuyo cálculo será el objeto del capítulo IV.

Ecuaciones de interacción.

En la interfase se cumplen las dos condiciones clásicas de equilibrio de fuerzas y congruencia de deformaciones. La primera se escribe

$$\text{equilibrio } \underline{F}_S^{\#} (w) + \underline{F}_S^{\#} (w) = 0 \quad \dots (11)$$

mientras que la segunda

$$\text{congruencia } \underline{x}_S^{\#} (w) = \underline{V}_S^t (w) \quad \dots (12)$$

Usando (10) y (11)

$$\underline{F}_S^{\#} (w) = -\underline{X} (w) \left[\underline{V}_S^t (w) - \underline{V}_{SO}^{\#} (w) \right] \dots (13)$$

$$\underline{F}_S^{\#} (w) = \underline{X} (w) \left[\underline{V}_{SO}^{\#} - \underline{x}_S^{\#} (w) \right]$$

lo que nos va a permitir escribir (8) en forma mucho más operativa.

Tras sustituir (13) en (8)

$$\left\{ -w^2 \begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{M}_S \\ \underline{M}_S^T & \underline{M}_{SS} \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C}_S \\ \underline{C}_S^T & \underline{C}_{SS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K}_S \\ \underline{K}_S^T & \underline{K}_{SS} \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \underline{x}^t (w) \\ \underline{x}_S^T (w) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{X} (w) \quad \underline{V}_{SO}^{\#} (w) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{X} (w) \quad \underline{x}_S^{\#} (w) \end{pmatrix} \quad \dots (14)$$

Si se incorpora el segundo sumando del segundo miembro al tercer sumando del primer miembro

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{c} -w^2 \\ \\ \end{array} \right. \begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{M}_S \\ \underline{M}_S^T & \underline{M}_{SS} \end{bmatrix} + i w \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C}_S \\ \underline{C}_S^T & \underline{C}_{SS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K}_S \\ \underline{K}_S^T & \underline{K}_{SS} + \underline{X}(w) \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \underline{X}^{t\#} \\ \\ \underline{X}_S^{t\#} \end{array} \right\} (w) \\
 & = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \\ \underline{X}(w) \quad \underline{X}_S^{t\#}(w) \end{array} \right\} \dots (15)
 \end{aligned}$$

Donde $\underline{V}_{S0}^{\#}(w)$ es la componente de Fourier del movimiento del terremoto en terreno sin alterar por la presencia de la obra; es decir, se pueden observar los registros reales disponibles.

Para la resolución de la ecuación (15) es preciso disponer del $\underline{X}(w)$, y una formulación alternativa será el objeto del capítulo V; donde se escribirá (15) en función de los movimientos relativos a una deformación cuasiestática.

Comparación de ambos procedimientos.

En los problemas de interacción terreno-estructura el uso del método de subestructuración ofrece considerables ventajas sobre el de formulación global.

Estas ventajas se refieren a los siguientes puntos:

a) Mayor rapidez de cálculo debido a que en la formulación global se obtienen anchos de banda superiores a los de subestructuración.

b) Mayor exactitud en la representación de las acciones sobre las que no es preciso realizar ningún proceso de deconvolución si se dispone de registros a las profundidades de construcción.

c) Mayor exactitud y versatilidad en el modelado del cimiento ya que se pueden utilizar soluciones del semiespacio en el caso de que existan y, además se puede ajustar al tamaño de la malla a las necesidades de cada problema.

d) Mayor exactitud en el modelado de la estructura para la que se puede establecer una malla independiente que recoja todas las particularidades de la misma. Si se usa el método de superposición de modos es evidente que los primeros modos de una ecuación global no representarían adecuadamente el comportamiento de la estructura sobre todo si el cimiento es mucho más flexible como sucede en nuestro caso.

c) La representación del amortiguamiento es mejor en la técnica de subestructuración que permite usar los valores experimentales obtenidos para terreno y estructura por separado sin necesidad de hacer ningún promedio que conduzca a errores adicionales como es el caso con el método global.

IV.- ANALISIS DEL MEDIO.

Introducción.

En el capítulo anterior vimos los dos métodos posibles para tratar el problema de la interacción de una estructura con su medio, así como las ventajas que traía consigo el estudio separado de ambos.

Vamos ahora a dedicarnos a comentar los medios de obtención de $X(w)$, matriz de rigidez dinámica que, según vimos desempeña una papel fundamental en la consecución de resultados, ya que a su **traves** es posible tener en cuenta la influencia del cimiento sobre las ecuaciones de la estructura.

El problema mixto.

El efecto del cimiento en la estructura que daba contenido en la fórmula

$$\underline{F}_s^* (w) = \underline{X} (w) \underline{V}_s^* (w)$$

De ella se puede obtener el significado físico de sus elementos: "El elemento i, j representa la fuerza en el nudo i cuando al j se le da un desplazamiento armónico de amplitud unidad $e^{i\omega t}$, manteniendo nulos todos los demás"

Es importante observar que en este proceso los nudos inmóviles son los tomados en el contorno del túnel, mientras que los del borde libre quedan en condiciones de moverse sin coacciones.

Ello conduce a un problema elástico del tipo II, es decir a un problema mixto de condiciones de contorno, en una de cuyas zonas hay movimientos fijos

$$(0, 0, \dots, 0, e^{i\omega t}, 0, \dots, 0)$$

y en otra cargas fijas

$(0, 0, 0, \dots, 0)$ en la superficie.

Si fuera posible resolver este problema elástico tendríamos solucionada una parte importante de nuestro trabajo. Desgraciadamente no es así y por ello es preciso recurrir al F.E.M para conseguir nuestra propia solución. Ello tiene dos inconvenientes: El tremendo trabajo que suponen obtener $X(w)$ para todos y cada uno de los nodos y para cada w escogida, y que el tamaño de la malla debe ser fijado de acuerdo con el espa-

cimiento escogido en los nudos de la estructura ya que la interpolación en fuerzas sería grandemente inexacta. Esta última objeción eliminaría parte de las ventajas que tiene el método de subestructuración mientras que la primera lo descalifica por completo en virtud del desproporcionado tiempo de ordenador exigido. Con objeto de evitar ambos inconvenientes se pueden utilizar los métodos de rigidez y flexibilidad que vamos a ver a continuación.

La matriz de flexibilidad del método.

La alternativa del uso de una matriz de flexibilidad $\underline{A}(w)$ tal que

$$\underline{r}_s^{\#}(w) = \underline{A}(w) \underline{F}_s^{\#}(w)$$

se obtiene tras considerar la definición de los elementos; " a_{ij} es el movimiento del nudo i cuando al j se le aplica una fuerza armónica unidad, manteniendo nu las todas las demás".

Bastaría pues ir situando en cada grado de libertad una carga armónica y, de esta forma, con un programa estándar de E.F construir $\underline{A}(w)$. Una posterior inversión produciría

$$\underline{X}(w) = \underline{A}^{-1}(w)$$

En algunos casos es posible simplificar. - Tal sucede cuando la profundidad del túnel sea tal que puedan desprejarse la influencia de la superficie libre, pues en este caso no hay necesidad de tratar más que dos estados de carga uno correspondiente al grado de libertad vértical y otro horizontal que se portan como genéricos, pudiendo escribirse los demás con un simple cambio de orden. No hemos realizado este estudio, pues el caso más desfavorable se presenta en los túneles superficiales por dos razones:

- a) las aceleraciones se amortiguan con la profundidad.
- b) los valores que nos interesan son los incrementos relativos al estado estático, y puesto que estos aumentan con la profundidad y la acción disminuye - según a) es mucho más desfavorable el caso de un túnel somero.

En este caso sería además posible prescindir del estudio con E.F. pues existe disponible una solución analítica para medios elásticos lineales presentada por HACAR y MUZAS.

En cuanto a nuestro caso particular conviene indicar que el tamaño de la malla empleada no tiene

porqué coincidir con la usada en el estudio de la estructura, sino que se puede utilizar una interpolación de movimientos en base a la hipótesis realizada al definir al tipo de elementos utilizado en el sistema de ecuaciones. Esta posibilidad otorga al método una tremenda superioridad sobre el de la rigidez en el que, la malla del medio controlaba el espaciado de la estructura, ya que la interpolación de fuerzas no es posible.

La matriz \underline{X} obtenida consta en general de un número de elementos lo suficientemente pequeño como para que sea posible su inversión sin más trabajo, lo conduce de inmediato a la rigidez.

V.- EVALUACION DE LA RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA.

Introducción.

Tras la obtención de la matriz dinámica del terreno $\underline{X}(w)$ nos enfrentamos con el problema más importante del estudio: el análisis de la estructura.

Las ecuaciones (15) forman el núcleo del estudio en frecuencia. El método más directo de resolución consiste en su tratamiento directo para cada frecuencia. Ello implica una enorme capacidad de cálculo y una gran cantidad de memoria para guardar -

los diferentes resultados y realizar su posterior sin tesis de FOURIER. Este método es el objeto del apartado siguiente.

En los problemas dinámicos clásicos el método de la respuesta modal tiene gran interés pues - permite expresar los movimientos en función de variables generalizadas; si, como sucede en los terremotos, la respuesta solo se ve afectada por los primeros modos de vibración, el ahorro puede ser notable.

En los problemas de interacción no es posible definir modos en el sentido clásico pues interviene un término, dependiente de la frecuencia, que impide la obtención de aquéllos. No obstante subyace el interés de la idea anterior: si fuese posible encontrar "funciones adecuadas" podría intentarse una representación del movimiento como combinación lineal de ellas. En definitiva, sería posible la aplicación del método de RITZ.

Una manera de obtener "funciones adecuadas" consistiría en estudiar problemas relacionados con el que nos ocupa.

A ello dedicamos el apartado (3º.) en el que se estudia la representación del movimiento usando los modos de un sistema asociado, así como se dis-

cute **cual** puede ser más interesante para nuestro caso.

El método directo.

Escogida la malla de la estructura y los modelos elementales es inmediata la construcción de ecuaciones del movimiento; conviene sin embargo, detenerse en las dos posibilidades de planteamiento: movimientos totales y movimientos relativos y realizar comentarios sobre la utilidad de cada uno.

Formulación en movimientos totales.

Las ecuaciones de interacción en movimientos totales son:

$$\begin{bmatrix} \underline{N} & \underline{M}_S \\ \underline{M}_S^T & \underline{M}_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{\dot{x}}_S^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C}_S \\ \underline{C}_S^T & \underline{C}_{SS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\dot{x}}^t \\ \underline{\dot{x}}_S^t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K}_S \\ \underline{K}_{SS}^T & \underline{K}_{SE} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{x}^t \\ \underline{x}_S^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{0} \\ \underline{f}_S(t) \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (16)$$

donde se supone que solamente actúan las fuerzas de interacción en la base. Si, además, existen una sollicitación en los nudos de la estructura, puede superponerse sin mayor problema.

El paso a la frecuencia se realiza mediante el uso de la F.F.T., en forma análoga a lo indicado en el capítulo III:

$$\left\{ -w^2 \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{M}_S \\ \underline{M}_S^T & \underline{M}_{SS} \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C} \\ \underline{C}^T & \underline{C}_{SS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K} \\ \underline{K}_S^T & \underline{K}_{SS} \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \underline{x}^t \mathbb{E}(w) \\ \underline{x}^t \mathbb{E}(w) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{F}_S \mathbb{E}(w) \end{pmatrix} \dots (17)$$

Al igual que en el capítulo III

$$\underline{F}_S \mathbb{E}(w) = -\underline{X}(w) \quad \underline{x}_S \mathbb{E}(w) = \underline{V}_{SO} \mathbb{E}(w)$$

en donde $\underline{V}_{SO}(t)$ es el registro real cuando la estructura no se encuentra presente.

La combinación de ambas produce a:

$$\left\{ -w^2 \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{M}_S \\ \underline{M}_S^T & \underline{M}_{SS} \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C}_S \\ \underline{C}^T & \underline{C}_{SS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K}_S \\ \underline{K}_S^T & \underline{K}_{SS} + \underline{X}(w) \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \underline{x}^t \mathbb{E}(w) \\ \underline{x}_S^t \mathbb{E}(w) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{X}(w) \quad \underline{V}_{SO} \mathbb{E}(w) \end{pmatrix} \dots (18)$$

que es un conjunto de ecuaciones complejas simultáneas - resolubles mediante el uso de cualquier subrutina de biblioteca.

Debe observarse que existe la posibilidad de introducir valores $\underline{V}_{SO} \mathbb{E}(w)$ distintos para cada nudo,

si ello se estima necesario, y si se dispone de suficientes datos para simular la realidad.

Formulación en movimientos relativos.

En lugar de utilizar los movimientos totales, se suele revelar útil la expresión de las ecuaciones en términos de movimientos relativos respecto a una deformada cuasiestática.

La resolución siguiente; de la primera serie de (16) se extrae

$$\underline{M} \underline{\ddot{x}} + \underline{C} \underline{\dot{x}} + \underline{K} \underline{x}^t = -(\underline{K}_s \underline{x}_s^t + \underline{C}_s \underline{\dot{x}}_s^t + \underline{K}_s \underline{x}_s^t) = \underline{P}_{ef}^T \dots (19)$$

En un movimiento estático $\underline{\ddot{x}} = \underline{\dot{x}} = 0 = \underline{\dot{x}} = \underline{x}_s$
luego

$$\begin{aligned} \underline{K} \underline{x}_{st} &= -\underline{K}_s \underline{x}_s^t \\ \underline{x}_{st} &= -\underline{K}^{-1} \underline{K}_s \underline{x}_s^t \end{aligned} \dots (20)$$

En la mayoría de los textos esta relación se introduce mediante un vector de influencia \underline{r} tal que

$$\underline{x}_{st} = \underline{r} \underline{x}_s^t$$

por lo que en en nuestro caso

$$\underline{r} = \underline{K}^{-1} \underline{K}_s$$

si ahora hacemos

$$\underline{x}^t = \underline{x}_{st}^t + \underline{x} = \underline{r} \underline{x}_{st}^t + \underline{x}$$

la ecuación (19) se puede escribir

$$\underline{M} (\underline{x}_{st} + \underline{x}) + \underline{c} (\dot{\underline{x}}_{st} + \dot{\underline{x}}) + \underline{K} (\underline{x}_{st} + \underline{x}) = \underline{P}_{sf}^T$$

o bien

$$\underline{M} \underline{x} + \underline{c} \dot{\underline{x}} + \underline{K} \underline{x} = - \underline{x}_{st}^t \left[\underline{M}_{st} + \underline{M} \underline{r} \right] - \dot{\underline{x}}_{st}^t \left[\underline{c}_{st} + \underline{c} \underline{r} \right] - \underline{x}_{st}^t \left[\underline{K}_{st} + \underline{K} \underline{r} \right]$$

En el último sumando del segundo miembro

$$\underline{K}_{st} + \underline{K} \underline{r} = \underline{K}_{st} - \underline{K} \underline{K}^{-1} \underline{K}_{st} = 0 \quad \dots (21)$$

de modo que, finalmente,

$$\underline{M} \underline{x} + \underline{c} \dot{\underline{x}} + \underline{K} \underline{x} = \underline{x}_{st}^t \left[\underline{M}_{st} + \underline{M} \underline{r} \right] - \dot{\underline{x}}_{st}^t \left[\underline{c}_{st} + \underline{c} \underline{r} \right] \dots (22)$$

El efecto del amortiguamiento se suele considerar despreciable frente al de la inercia y por ello (22) suele aparecer con tan solo el primer sumando del segundo miembro.

Obsérvese también que en el caso $\underline{c}^t = \underline{K}^t$ la anulación sería una consecuencia de (21).

El proceso anterior está realizado suponiendo que se conoce \underline{x}_s^t , para el caso de interacción un método paralelo debe realizarse con el sistema completo de (16) mediante un cambio.

$$\begin{Bmatrix} \underline{x}^t \\ \underline{x}_s^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \underline{x}_s^t \\ \underline{v}_{so} \end{Bmatrix}$$

El primer vector del segundo miembro representa los movimientos relativos de la estructura y el segundo los desplazamientos cuasiestáticos provocados por el registro \underline{v}_{so} .

\underline{x}_s representa el movimiento de interacción, y se anularía si el cimiento fuera rígido, conduciendo a la formulación anterior.

Ahora

$$\begin{aligned} \underline{M}^t \begin{Bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x} \end{Bmatrix} + \underline{C}^t \begin{Bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\underline{x}}_s \end{Bmatrix} + \underline{K}^t \begin{Bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_s \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \underline{f}_s(t) \end{Bmatrix} - \underline{M}^t \begin{Bmatrix} \underline{x}_{st} \\ \ddot{\underline{v}}_{so} \end{Bmatrix} - \underline{C}^t \begin{Bmatrix} \dot{\underline{x}}_{st} \\ \dot{\underline{v}}_{so} \end{Bmatrix} - \\ &- \underline{k}^t \begin{Bmatrix} \underline{x}_{st} \\ \underline{v}_{so} \end{Bmatrix} \quad \dots (23) \end{aligned}$$

Además

$$\begin{Bmatrix} \underline{0} \\ \underline{f}_s(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{0} \\ -\underline{X}^{-F} \underline{x}_s - v_{so} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{0} \\ -\underline{X}^{-F} \underline{x}_s \end{Bmatrix} \dots (24)$$

donde hemos designado por \underline{X}^{-F} la representación en el tiempo de la matriz de rigidez dinámica.

Pasando al primer miembro y llamaremos \underline{K}_F^t a la matriz de rigidez con \underline{x} incluida

$$\underline{M}^t \begin{Bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{x}_s \end{Bmatrix} + \underline{C}^t \begin{Bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{\dot{x}}_s \end{Bmatrix} + \underline{K}_F^t \begin{Bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_s \end{Bmatrix} = -\underline{M}^t \begin{Bmatrix} \underline{\dot{x}}_{st} \\ \underline{v}_{so} \end{Bmatrix} - \underline{C}^t \begin{Bmatrix} \underline{\dot{x}}_{st} \\ \underline{v}_{so} \end{Bmatrix} - \underline{K}^t \begin{Bmatrix} \underline{x}_{st} \\ \underline{v}_{so} \end{Bmatrix} \dots (25)$$

si escribimos

$$\begin{Bmatrix} \underline{x}_{st} \\ \underline{v}_{so} \end{Bmatrix} = a_s^u \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} + a_s^v \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

es claro que

$$\underline{K}^t \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \underline{K}^t \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = 0$$

en virtud del significado físico de las filas y columnas de \underline{K}^t , si además se desprecia la influencia del amortiguamiento comparada con la de la inercia, la (25) se puede escribir en el dominio de la frecuencia como

$$\left\{ -\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{M}_s \\ \underline{M}_s^T & \underline{M}_{ss} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C} \\ \underline{C}_s^T & \underline{C}_{ss} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \\ & \underline{K}_s \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \underline{x}^x(\omega) \\ \underline{x}_s^x(\omega) \end{pmatrix} =$$

$$= -a_s^u(\omega) \begin{pmatrix} M_1 \\ 0 \\ M_2 \\ 0 \\ \vdots \\ M_n \\ 0^n \end{pmatrix} - a_s^v(\omega) \begin{pmatrix} 0 \\ M_1 \\ 0 \\ M_2 \\ \vdots \\ 0 \\ M_n \end{pmatrix} \dots (26)$$

Conviene comparar la ecuación (26) con la (18) en sus segundos miembros. Para cada frecuencia en la (18) es preciso realizar una multiplicación matricial, mientras que en (26) son vectores ajustados a unas escalas $a_s(\omega)$ constantes para cada frecuencia. Además, como veremos en los próximos apartados, la formulación modal es mejor realizarla en movimientos relativos.

Formulación con los modos de un sistema asociado.

La resolución directa del sistema de ecuaciones en el campo de la frecuencia es el método más exacto

y deseable para obtener resultados correctos.

La potencia de cálculo y almacenamiento necesarios son sin embargo muy grandes. Imaginemos, por ejemplo, una estructura de 100 nudos. El sistema a resolver sería de 200 ecuaciones complejas para cada frecuencia, es decir, si se utilizasen 1000 valores de w sería preciso resolver 200.000 ecuaciones y almacenar 200.000 cantidades complejas.

Si se utilizan los modos en un sistema clásico, estas cantidades se ven disminuidas ya que bastan las primeras pocas funciones modales para representar muy aproximadamente el comportamiento de la estructura.

En nuestro caso no es posible obtener modos, debido a la presencia en \underline{K} de los términos del cimiento en función de la frecuencia.

Que no existan modos no quiere decir, sin embargo, que no puede ser posible utilizar la técnica de Ritz, expresando la deformación como combinación lineal de ciertas funciones de forma.

Una manera de elegir esas funciones es obteniendo los modos de un sistema asociado.

Otro punto de interés en la técnica modal radica en la posibilidad de estudiar la influencia de la interacción en las propiedades dinámicas de la estructu-

ra: frecuencias de resonancia y formas de vibración - en resonancia.

Modos en un sistema con matriz dinámica del suelo independiente de la frecuencia.

La idea básica surge de algunos problemas de interacción en los que se ha comprobado que $X(\omega)$ es relativamente insensitiva al valor de la frecuencia; - por consiguiente una matriz de rigidez formada con $X(\omega_1)$ donde ω_1 fuera una frecuencia predeterminada, conduciría al planteamiento de unas ecuaciones que admitirían modos normales.

En este estudio hemos elegido $\omega_1 = 0$, lo - que de acuerdo con VAISH y CHOPRA produce resultados aceptables.

Las ecuaciones en frecuencia se escriben - ahora

$$\left\{ \begin{array}{c} -\omega^2 \left[\begin{array}{cc} \underline{M} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{M}_{SB} \end{array} \right] + i\omega \left[\begin{array}{cc} \underline{C} & \underline{C}_S \\ \underline{C}_S^T & \underline{C}_{SS} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \underline{K} \\ \underline{K}_S^T \underline{K} + X(0) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} \underline{K} & \\ \underline{0} & \underline{0} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & X(\omega) \end{array} \right] \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \underline{X}^E(\omega) \\ \underline{X}^S(\omega) \end{array} \right\} =$$

$$= -a_s^u(w) \begin{Bmatrix} M_1 \\ 0 \\ M_2 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} - a_s^v(w) \begin{Bmatrix} 0 \\ M_1 \\ 0 \\ M_2 \\ \vdots \\ 0 \\ M_n \end{Bmatrix} \dots (27)$$

$$\underline{X}(w) = \underline{X}(w) - \underline{X}(0)$$

y los modos se buscan en el sistema sin $\underline{X}(w)$

$$\begin{aligned} \underline{\phi}^T \underline{M} \underline{\phi} &= \underline{I} \\ \underline{\phi} \underline{E} \underline{\phi} &= \omega^2 \end{aligned}$$

$$\underline{\tilde{K}} = \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K}_s \\ \underline{K}_s^T & \underline{K}_{ss} + \underline{X}(0) \end{bmatrix}$$

Al igual que anteriormente tomamos m modos y formamos

$$\begin{array}{l} \underline{x} \\ \underline{x}_r \end{array} \approx \underline{\phi} \underline{Y} = \begin{bmatrix} \underline{\phi} & | & \underline{\phi} & | & \underline{\phi} & \dots & | & \underline{\phi}_m \\ \hline \underline{\phi}_{1s} & | & \underline{\phi}_{2s} & | & \underline{\phi}_{3s} & \dots & | & \underline{\phi}_{ms} \end{bmatrix} -$$

donde la matriz modal ha sido particionada separando los grados del suelo. (27) se escribe ahora, en el tiempo

$$\left\{ -w^2 \underline{M}^t \underline{\phi} + iw \underline{C}^t \underline{\phi} + \tilde{\underline{K}} \underline{\phi} + \begin{bmatrix} \underline{0} & \vdots & \underline{0} \\ \vdots & \tilde{\underline{X}}(w) & \vdots \\ \underline{0} & \vdots & \underline{\phi} \end{bmatrix} \right\} =$$

$$= -a_s^u \underline{E}_u - a_s^v \underline{E}_v$$

premultiplicando por $\underline{\phi}^T$ y utilizando

$$\left\{ -w^2 \underline{I} + iw \underline{\phi}^T \underline{C}^t \underline{\phi} + w^2 + \begin{bmatrix} \underline{0} & \vdots & \underline{0} \\ \vdots & \underline{\phi}^T \tilde{\underline{X}}(w) & \vdots \\ \underline{0} & \vdots & \underline{\phi} \end{bmatrix} \right\} =$$

$$= -\underline{\phi}^T \left[a_s^u \underline{E}_u + a_s^v \underline{E}_v \right]$$

Si hacemos

$$\underline{\phi}^T \underline{C}^t \underline{\phi} = [2 \zeta_j w]$$

$$\underline{\phi} \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \tilde{\underline{X}}(w) \end{bmatrix} \underline{\phi} = [X_{ii}]$$

$$-\underline{\phi}^T \left[a_s^u \underline{E}_u + a_s^v \underline{E}_v \right] = [P_i]$$

las ecuaciones son:

$$(-w^2 + w_1^2 + 22i \zeta_1 w w_j + \tilde{X}_{11}) Y_1 + \tilde{X}_{12} Y_2 + \tilde{X}_{13} Y_3 + \dots + X_{1m} Y_m = P_1$$

$$\tilde{X}_{21} Y_1 + (-w^2 + w_2^2 + 2i \zeta_2 w w_2 + \tilde{X}_{22}) Y_2 + \tilde{X}_{23} Y_3 + \dots + X_{2m} Y_m = P_2$$

$$\tilde{X}_{31} Y_1 + \tilde{X}_{32} Y_2 + (-w^2 + w_3^2 + 2i \zeta_3 w w_3 + \tilde{X}_{33}) Y_3 + \dots + X_{3m} Y_m = P_3$$

$$\tilde{X}_{m1} Y_1 + \tilde{X}_{m2} Y_2 + \tilde{X}_{m3} Y_3 + \dots + (w^2 + w^2 + 2i\zeta_{7m} \frac{w}{w_{m1}} + X) Y_m = P_m$$

Valores de m del orden de 4 ó 5 son suficientes para conseguir la representación de sistemas complejos.

En este trabajo hemos tomado $m = 5$ y como factor de amortiguamiento el 2%.

Resultados.

Como sollicitación hemos utilizado un acelerograma horizontal de 20 segundos de duración, aceleración máxima del 30% g. que según las fórmulas de ESTEVE y ROSENBLUTH corresponde a una intensidad IX en superfi-cie. Hemos estudiado también el procesode deconvolución (Z. EVAERT), lo que reduce, a las profundidades que nos movemos, las aceleraciones en porcentajes del orden del 20%. En la realidad pues tendríamos aceleraciones 36% de g. - en superficie, lo que llega casi al límite inferior del - grado X en la escala MSK. Se trata pues de una solici-tación realmente fuerte para nuestro país.

En la figura (1), hemos representado el esque-ma de actuación para la determinación de la matriz dinámica del terreno.

En las figuras (2) á (3), vienen representa-da la evolución de los desplazamientos X e Y de un pun

to del túnel sometido al terremoto.

En la figura (4) se ha dibujado una curva - que da la variación (relativa a los valores estáticos) - del momento flector en un punto del túnel.

Con objeto de fijar algunos criterios de diseño, tal como se pretendía al comienzo de la investiga- ción, es preciso recurrir al análisis estadístico.

Hemos simulados 20 terremotos y con ello se han obtenido las historias de movimientos y esfuerzos en 8 puntos del túnel, y acto seguido se han determinado - los valores extremos, que se han comparado con la distribución teórica de GUMBEL, tipo I.

Ello permite emitir algunas conclusiones sobre el comportamiento de la estructura. Para conseguirlas - hemos utilizado la teoría de los valores extremos (GUMBEL y CARLSON).

Las figuras 5 y 6 representan dos de los - gráficos obtenidos, representativos de movimientos y axi- las en un punto de la estructura.

BIBLIOGRAFIA

- BATHE y WILSON: "Numerical problems in the F.E.M."
Prentice Hall 1.976.
- CASTELLINI: "Foundation compliance effects on earthquake
response spectra". Jour ASCE. Soil Mech.
Found Div. July 1.970.
- W. P. DAWKINS: "Analysis of tunnel liner-packing sys-
tems" Jour. ASCE. EM 3. June 1.969.
- DUNS y R. BUTTERFIELD: "Flexible buried cylinders". Int.
J. Rock Mech. Min. Sci. Vol. 8 . 1.971.
- FARHOOMAND: "Nonlinear dynamic stress analysis of two
dimensional solids" P.H. Thesis. Berkeley.
- GUMBEL y CARLSON: "Extreme values in aeronautics". Jour
nal of the Aeronautical Sciences. June
1.954.
- KUSSEL: "Earthquake design criteria for subways". ASCE
ST 6 June 1.954.
- LYSNER: "Finite dynamic model for Infinite media".
Proceed. ASCE. EM. August. 1.969.
- NEWMARK y ROSENBLUTH: "Fundamentals of earthquake engi-
neering". Prentice 1.971.
- OKAMOTO: "Introduction to earthquake engineering" U.
Tokyo Press. 1.973.

- OKAMOTO y TAMURA: "Behavior of subaqueous tunnels during earthquakes". EESD. Vol. 1 1.973.
- PARMELEE, LUDKE: "Seismic soil-structure interaction of buried pipelines". E.E.R.I. June 1.975.
- R.A. PARMELEE y J. WRONKIEWICZ: "Seismic design of soil-structure interaction systems". Jour. ASCE. ST. October 1.971.
- M. PAZ: "Mathematical observations in structural dynamics" Computers Struct. Vol 3. 1.973.
- M. PAZ y L. DUNG: "Power series expansion of the general stiffness matrix for beam elements". I. Journ - Num. Meth. in Engin. Vol. 9. 1.975.
- J. RAINER: "Structure-ground interaction in earthquakes". Jour. ASCE. EM 5. October 1.971.
- F. RICHART, J. HALL, R. WOODS: "Vibrations of soils and foundations". Prentice Hall 1.970.
- M.A. SARRAZIN, J.M. ROESSET, R.V. WHITMAN: "Dynamic soil-structure interaction". Jour. ASCE. ST 7. July 1.972.
- SMITH: "A non reflecting plane boundary for wave propagation problems". Journal of computational physics. Vol. 15, N^o. 4. August 1.974.
- VAISH y CHOPRA: "Earthquake analysis of structure-foundation systems" EERC. 73-9. May 1.973.
- VELETSOS Y VERVIC: "Vibration of viscoelastic foundations". EESD. Vol. 2. 1.973.

- E. L. WILSON: "A computer program for the dynamic - stress analysisi of underground structures". Rep. 68-1. Struct. and Mat. Res. Lab. - Berkeley. January 1.968.
- H. F. YUAN y R.E. WALKER: "The investigation of simple soil-structure interaction model". "Dynamic waves in civil engineering". Wiley 1.971.
- ZEEVAERT: "Soil mechanics for dificult subsoil conditions". Prentice 1.975

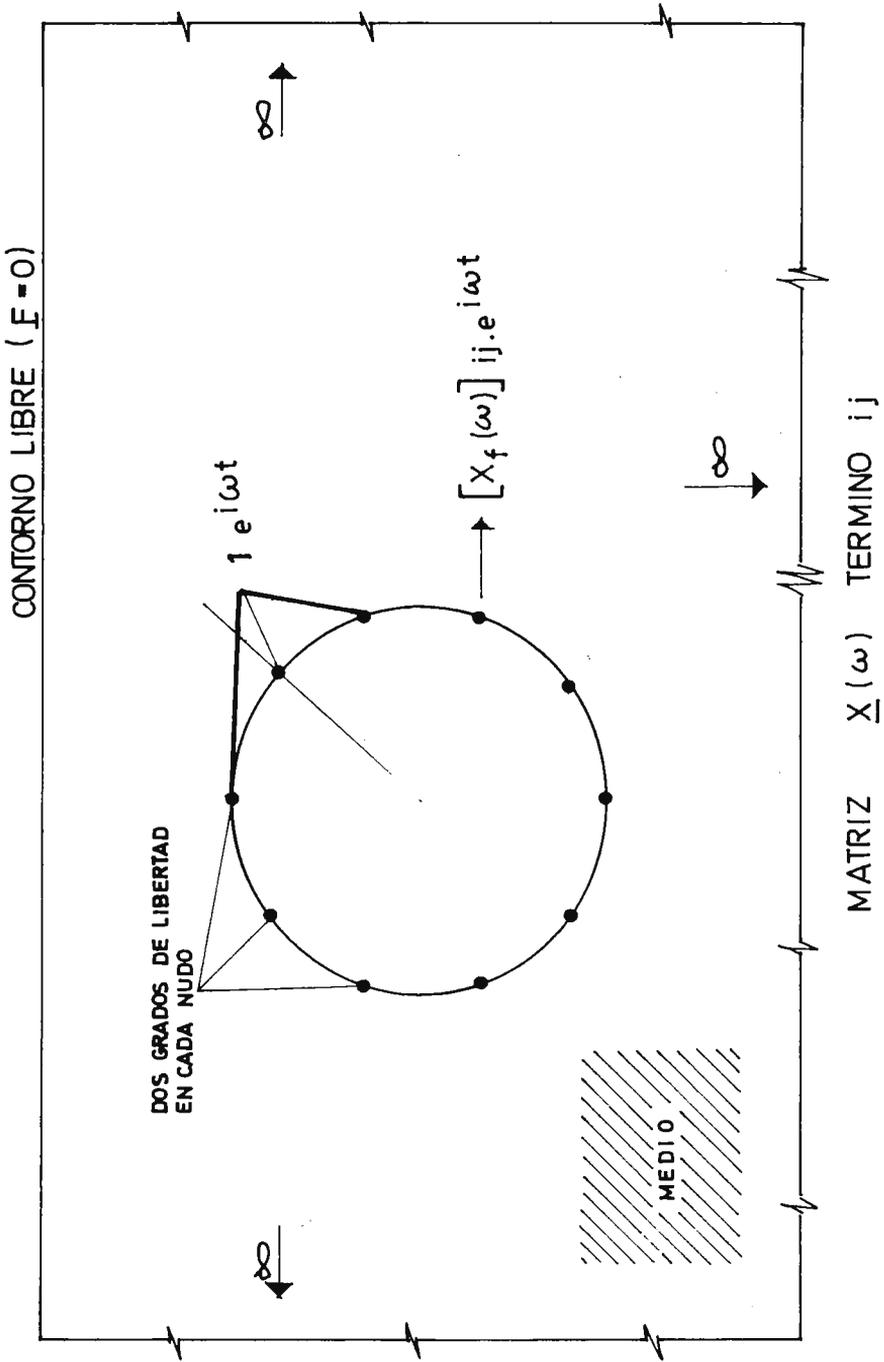


Fig. 1

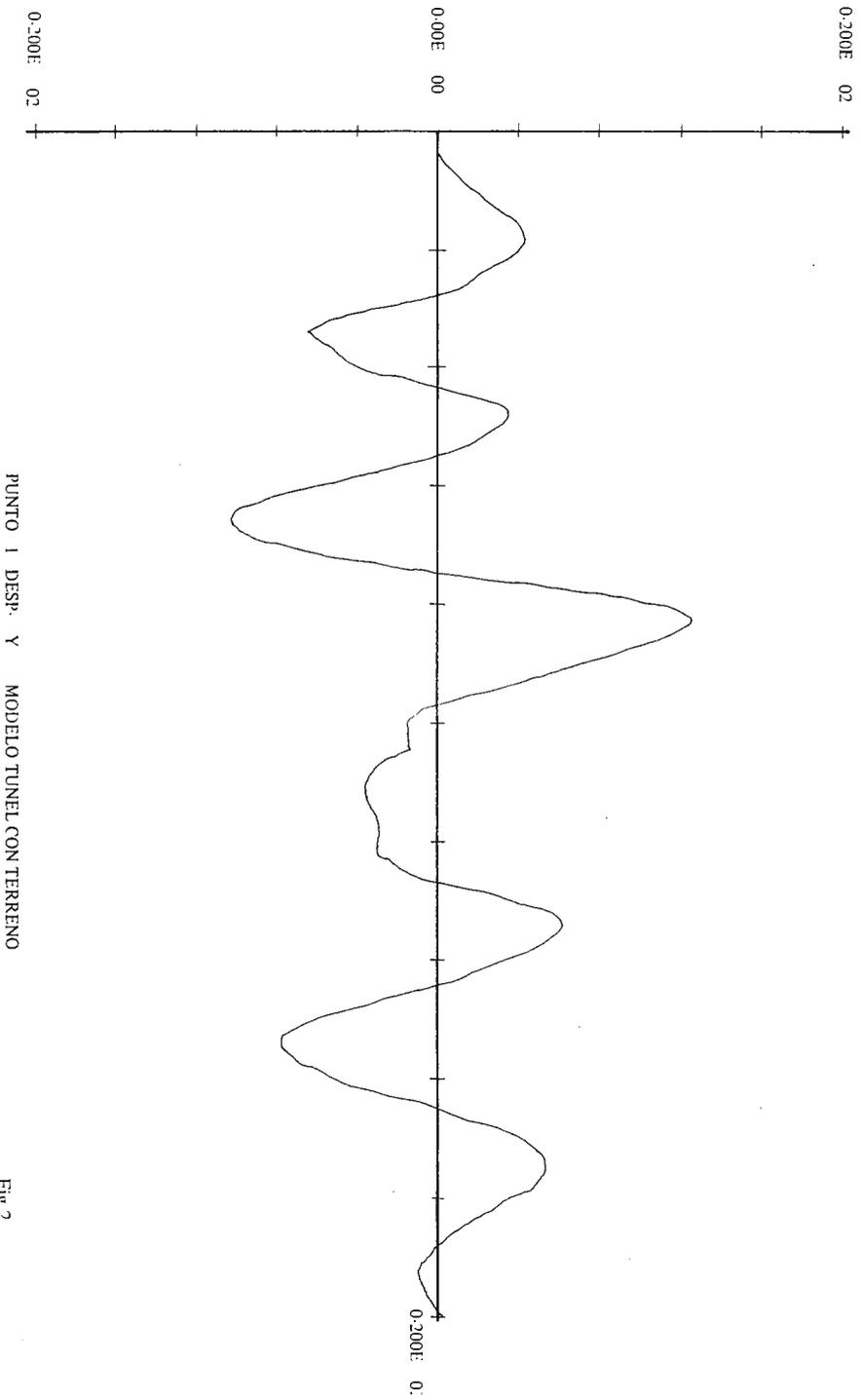
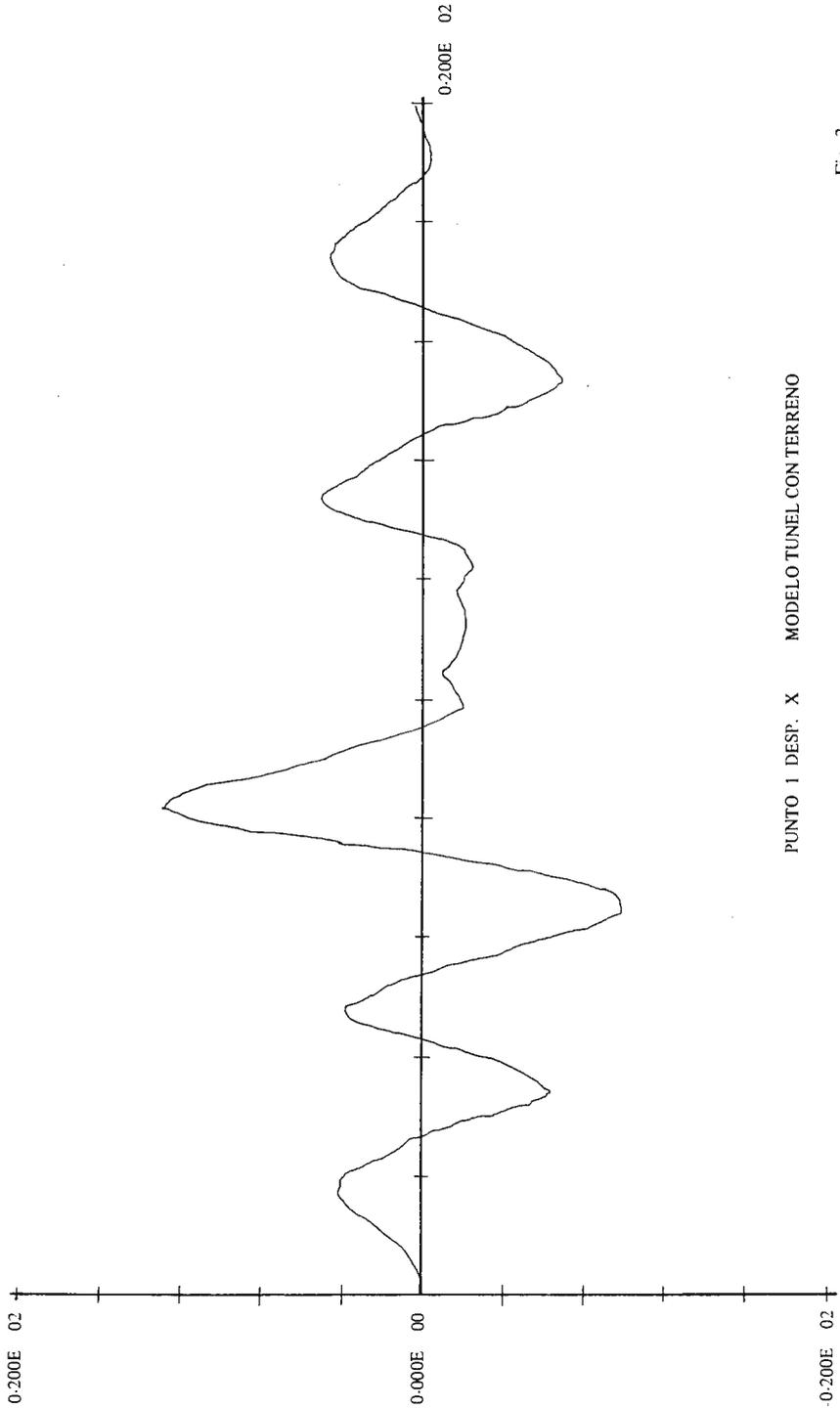
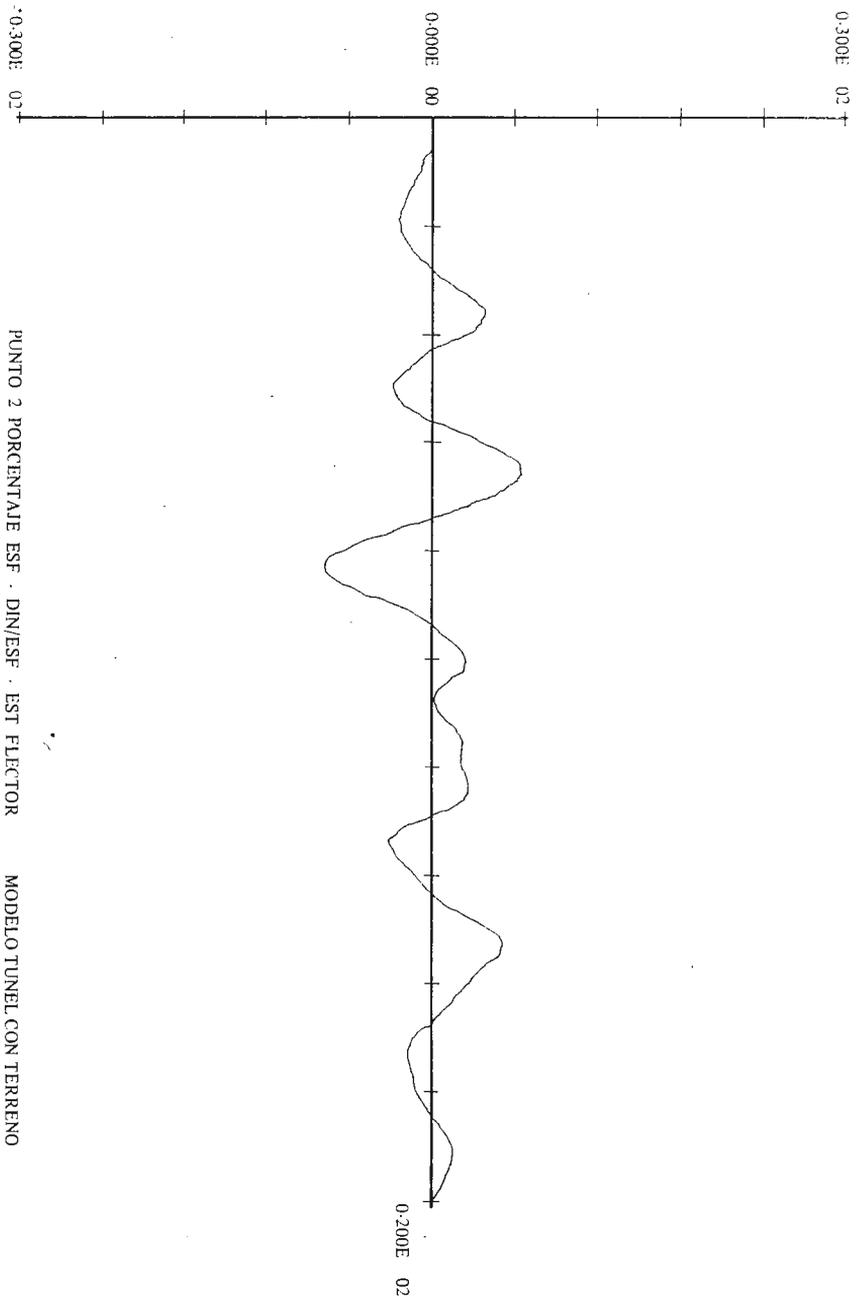


Fig. 2



PUNTO 1 DESP. X MODELO TUNEL CON TERRENO

Fig. 3



PUNTO 2 PORCENTAJE ESF · DIN/ESF · EST FLECTOR MODELO TUNEL CON TERRENO

Fig. 4

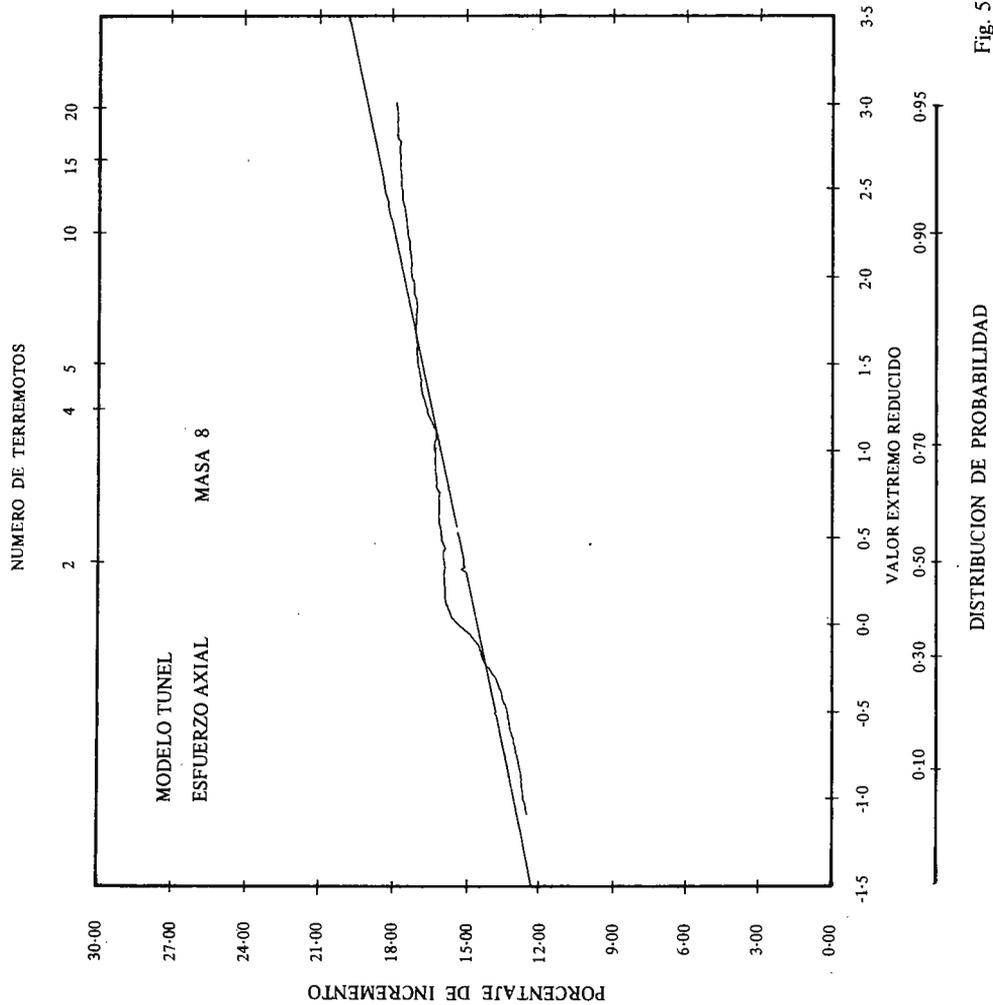


Fig. 5

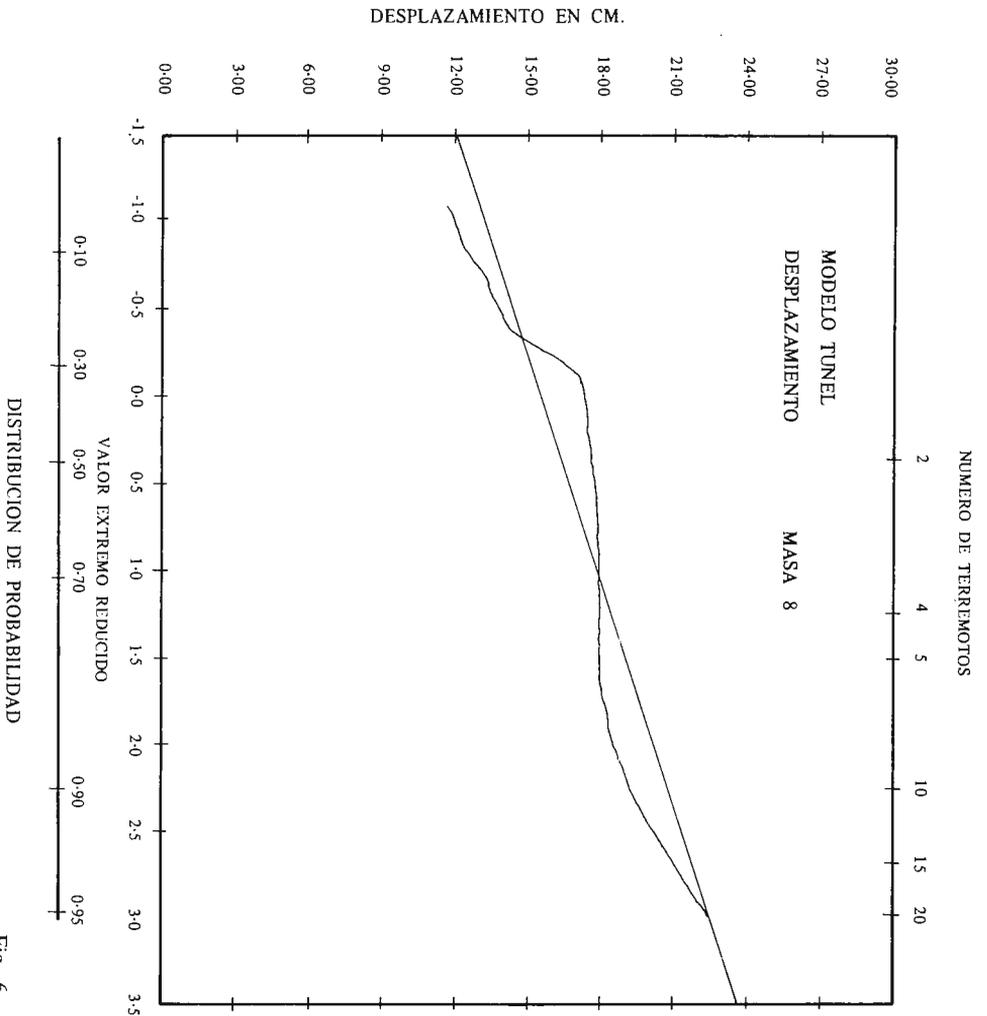


Fig. 6



FUNDACION JUAN MARCH
SERIE UNIVERSITARIA

Títulos Publicados:

- 1.— *Semántica del lenguaje religioso / A. Fierro*
(Teología. España, 1973)
- 2.— *Calculador en una operación de rectificación discontinua/A. Mulet*
(Química. Extranjero, 1974)
- 3.— *Skarns en el batolito de Santa Olalla/F. Velasco*
(Geología. España, 1974)
- 4.— *Combustión de compuestos oxigenados/J.M. Santiuste*
(Química. España, 1974)
- 5.— *Películas ferromagnéticas a baja temperatura/José Luis Vicent López*
(Física. España, 1974)
- 6.— *Flujo inestable de los polímeros fundidos/José Alemán Vega*
(Ingeniería. Extranjero, 1975)
- 7.— *Mantenimiento del hígado dador in vitro en cirugía experimental*
José Antonio Salva Lacombe (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1973)
- 8.— *Estructuras algebraicas de los sistemas lógicos deductivos/José Plá Carrera*
(Matemáticas. España, 1974)
- 9.— *El fenómeno de inercia en la renovación de la estructura urbana.*
Francisco Fernández-Longoria Pinazo (Urbanización del Plan Europa 2.000
a través de la Fundación Europea de la Cultura)
- 10.— *El teatro español en Francia (1935–1973) / F. Torres Monreal*
(Literatura y Filología. Extranjero, 1971)
- 11.— *Simulación electrónica del aparato vestibular/J.M. Drake Moyano*
(Métodos Físicos aplicados a la Biología. España, 1974)
- 12.— *Estructura de los libros españoles de caballerías en el siglo XVI.*
Federico Francisco Curto Herrero (Literatura y Filología. España, 1972)
- 13.— *Estudio geomorfológico del Macizo Central de Gredos*
M. Paloma Fernández García (Geología. España, 1975)
- 14.— *La obra gramatical de Abraham Ibn c Ezra/Carlos del Valle Rodriguez*
(Literatura y Filología. Extranjero, 1970)

- 15.— *Evaluación de Proyectos de Inversión en una Empresa de producción y distribución de Energía Eléctrica.*
Felipe Ruíz López (Ingeniería. Extranjero, 1974)
- 16.— *El significado teórico de los términos descriptivos/Carlos Solís Santos*
(Filosofía. España, 1973)
- 17.— *Encaje de los modelos econométricos en el enfoque objetivos-instrumentos relativos de política económica./ Gumersindo Ruíz Bravo*
(Sociología. España, 1971)
- 18.— *La imaginación natural (estudio sobre la literatura fantástica norteamericana).* / Pedro García Montalvo
(Literatura y Filología. Extranjero, 1974)
- 19.— *Estudio sobre la hormona Natriurética.* / Andrés Purroy Unanua
(Medicina, Farmacia y Veterinaria. Extranjero, 1973)
- 20.— *Análisis farmacológico de las acciones miocárdicas de bloqueantes Beta-Adrenérgicos./ José Salvador Serrano Molina*
(Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1970)
- 21.— *El hombre y el diseño industrial./Miguel Durán-Lóriga*
(Artes Plásticas. España, 1974)
- 22.— *Algunos tópicos sobre teoría de la información./ Antonio Pascual Acosta*
(Matemáticas. España, 1975)
- 23.— *Un modelo simple estático. Aplicación a Santiago de Chile*
Manuel Bastarache Alfaro (Arquitectura y Urbanismo. Extranjero, 1973)
- 24.— *Moderna teoría de control: método adaptativo-predictivo*
Teoría y realizaciones. /Juan Manuel Martín Sánchez
(Ingeniería. España, 1973)
- 25.— *Neurobiología (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio*
sobre Investigaciones biológicas 1977)
- 26.— *Genética (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio*
sobre Investigaciones biológicas 1977)
- 27.— *Genética (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio*
sobre Investigaciones biológicas 1977)
- 28.— *Investigación y desarrollo de un analizador diferencial digital*
(A.D.D.) para control en tiempo real. /Vicente Zugasti Arbizu
(Física. España, 1975)
- 29.— *Transferencia de carga en aleaciones binarias./ Julio A. Alonso*
(Física. Extranjero, 1975)
- 30.— *Estabilidad de osciladores no sinusoidales en el rango de*
microondas. / José Luis Sebastian Franco.
(Física. Extranjero, 1974)

31. – *Estudio de los transistores FET de microondas en puerta común.* Juan Zapata Ferrer. (Ingeniería. Extranjero, 1975).
32. – *Estudio sobre la moral de Epicuro y el Aristóteles esotérico.* / Eduardo Acosta Mendez (Filosofía. España, 1973)
33. – *Las Bauxitas Españolas como mena de aluminio.* / Salvador Ordoñez Delgado (Geología. España, 1975).
34. *Los grupos profesionales en la prestación de trabajo: obrero y empleados.* / Federico Durán López (Derecho. España, 1975)
35. – *Obtención de Series aneuploides (monosómicas y ditelosómicas) en variedades españolas de trigo común.* / Nicolás Jouve de la Barreda. (Ciencias Agrarias. España, 1975).

