

La Serie Universitaria de la Fundación Juan March presenta resúmenes, realizados por el propio autor, de algunos estudios e investigaciones llevados a cabo por los becarios de la Fundación y aprobados por los Asesores Secretarios de los distintos Departamentos.

El texto íntegro de las Memorias correspondientes se encuentra en la Biblioteca de la Fundación (Castello, 77. Madrid-6).

La lista completa de los trabajos aprobados se presenta, en forma de fichas, en los Cuadernos Bibliográficos que publica la Fundación Juan March.

Estos trabajos abarcan las siguientes especialidades: Arquitectura y Urbanismo; Artes Plásticas; Biología; Ciencias Agrarias; Ciencias Sociales; Comunicación Social; Derecho; Economía; Filosofía; Física; Geología; Historia; Ingeniería; Literatura y Filología; Matemáticas; Medicina, Farmacia y Veterinaria; Música; Química; Teología. A ellas corresponden los colores de la cubierta.

Edición no venal de 300 ejemplares, que se reparte gratuitamente a investigadores, Bibliotecas y Centros especializados de toda España.

Este trabajo fue realizado con una Beca de España, 1970, individual. Convocatoria especial de Ciencias Físicas. Centro de trabajo: Facultad de Ciencias. Universidad Complutense. Madrid.

Fundación Juan March



FJM-Uni 76-Mar
Estudio de la susceptibilidad magnet
Martín Pérez, Rafael Carlos.
1031617



Biblioteca FJM

Fundación Juan March (Madrid)

SERIE UNIVERSITARIA



Fundación Juan March

Estudio de la susceptibilidad magnetoeléctrica en el Cr_2O_3 policristalino

Rafael C. Martín Pérez

FJM
Uni-
76
Mar

76

Fundación Juan March

Serie Universitaria



76

Estudio de la susceptibilidad magnetoeléctrica en el Cr_2O_3 policristalino

Rafael C. Martín Pérez



Fundación Juan March
Castelló, 77. Teléf. 225 44 55
Madrid - 6

Fundación Juan March (Madrid)

***La Fundación Juan March no se solidariza
necesariamente con las opiniones de los
autores cuyas obras publica.***

Depósito Legal M-535-1979
I.S.B.N. 84-7075-112-3
Ibérica, Tarragoná, 34. - Madrid.

INDICE

	Página
1. REVISION HISTORICA. INTRODUCCION	1
2. RELACIONES CONSTITUTIVAS DEL MEDIO Y ECUACIONES DE MAXWELL	5
3. ECUACIONES DE MAXWELL EN FORMA TETRADIMENSIONAL. EL TENSOR CAMPO Y EL TENSOR SUSCEPTIBILIDAD GENERAL.	8
4. EL TENSOR CAMPO EN MEDIOS CONTINUOS.	14
5. REFERENCIA A LA TEORIA DE LOS CRISTALES MAGNETICOS	17
6. REVISION DE LOS METODOS DE MEDIDA DE LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNETOELECTRICA	19
7. SISTEMAS NO RESONANTES. EL APARATO DE ASTROV :	26
8. SISTEMAS DE MEDIDA UTILIZANDO EL EFECTO MAGNETICAMENTE INDUCIDO	28
9. UN PROBLEMA TEORICO	30
10. ESTUDIO DE LA VARIACION DE LA CONSTANTE DIELECTRICA Y PERDIDAS, CON LA TEMPERATURA EN MUESTRAS DE Cr ₂ O ₃ POLICRISTALINO.	32
11. VARIACION DE LA CONSTANTE DIELECTRICA Y DE LAS PERDIDAS, DE MUESTRAS POLICRISTALINAS DE Cr ₂ O ₃ , BAJO LA ACCION DE CAMPOS MAGNETICOS.	34
12. CONCLUSIONES	38
13. COMPARACION CON OTROS ESTUDIOS	39
BIBLIOGRAFIA FUNDAMENTAL.	41

1. REVISION HISTORICA. INTRODUCCION.

Un medio, o material, magnetoeléctrico es todo aquel al que al aplicarle un campo eléctrico se imana, y al aplicarle uno magnético se polariza eléctricamente.

Este efecto es lineal, pues la imanación \vec{M} y la polarización \vec{P} , que aparecen, son proporcionales a los campos aplicados, \vec{E} y \vec{B} , respectivamente.

Un medio magnetoeléctrico isotrópico obedece a las ecuaciones:

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \chi_{(e)} \vec{E} + \chi_{(em)} \vec{B} \\ \vec{M} &= \chi_{(me)} \vec{E} + \chi_{(m)} \vec{B}\end{aligned}$$

siendo $\chi_{(e)}$, $\chi_{(em)}$, $\chi_{(me)}$, $\chi_{(m)}$ las susceptibilidades: eléctrica, electromagnética, magnetoeléctrica y magnética, respectivamente.

Este efecto fué propuesto, por primera vez, por P. Curie en 1824, basándose en consideraciones de simetría de los fenómenos físicos.

En 1922, Perrier y Starring, insisten en su posible existencia, y en 1923 relatan haberlo observado en el Hierro.

En 1925, Perrier y Borel, lo detectan en el Níquel y a su vez nos dicen haberse equivocado en sus anteriores experimentos en el Hierro.

Por otra parte, Piccard, en 1924 defiende la no existencia del efecto. En 1925, Szivesky, esperaba encontrarlo en cristales líquidos, pero no obtuvo resultados positivos.

En 1926, Debye, defiende la imposibilidad de su existencia, mientras Huber lo intenta estudiar en el Cl_3Fe , NO y otros, sin resultado.

En 1932, Van Vleck, dedica en su libro, "The Theory of electric and magnetic susceptibilities", unas páginas a demostrar la imposibilidad del efecto.

En 1937, Condon, da la descripción mecano-cuántica del posible efecto.

En 1957, Landau y Lifshitz, dicen, por inducción matemática, que el efecto debe presentarse en cristales magnéticos, mientras Dzyaloshinskii, en 1959, describe como el Cr_2O_3 , antiferromagnético, presentaría la simetría 3 que haría posible la existencia del efecto.

La primera vez que se observa experimentalmente, sin duda alguna, el efecto magnetoeléctrico, es en 1960 por Astrov, en un monocristal de Cr_2O_3 . A partir de entonces, diversos investigadores, lo encuentran y lo miden en diversos materiales y siendo muy interesante su persistencia a muy altas frecuencias y la presentación de efectos de "memoria" poco corrientes.

En el volumen 5, de 1974, del "International Journal of Magnetism", Van E. Wood y A. E. Austin hablan de "Las posibles aplicaciones de los materiales magnetoeléctricos" y proponen cinco líneas de estudio, que son:

- Conmutación o modulación de campos eléctricos mediante campos magnéticos.
- Utilización de altas constantes dieléctricas, en electroóptica.
- Idem para giradores de Faraday, para microondas de altas frecuencias y bajas pérdidas.
- Generación o modificación de las ondas de spin o de las híbridas, spin-electromagnéticas.
- Propagación irreversible de la luz.

Por otra parte, los estudios de los años 70

han cristalizado en el establecimiento de las teorías del efecto, integrándolas en las teo-
tías generales de las propiedades eléctricas y mag-
néticas de los medios materiales. Los trabajos
más fundamentales, al respecto, han sido los de
T.H. Odell y G.T. Rado.

Los estudios previos a éstos, más intere-
santes, fueron los de Roentgen, 1888, y Wilson,
1905, sobre la imanación (polarización eléctri-
ca) de un dieléctrico que se mueve en el seno de
un campo eléctrico (magnético), y cuya discusión
completa la realizó Sommerferd en 1952.

Nunca se relacionaron estos estudios con
los que intentaron demostrar la existencia del
efecto magnetoeléctrico. Bastaría considerar en
los primeros para sistemas de referencia que se
movieran con el dieléctrico, una serie de trans-
formaciones temporales para reconocer el efecto.

Podemos considerar, pues, que las primeras
medidas de una susceptibilidad magnetoeléctrica
las realizaron Roengten, 1888, (χ_{me}), y Wilson
y Wilson-Wilson, 1905 y 1913, (χ_{em}), sobre die-
léctricos en movimiento.

En dieléctricos en **repose** se midieron:

- $\chi_{(me)}$, monocristal Cr_2O_3 . Astrov, 1960.
- $\chi_{(em)}$, policristal Ti_2O_3 . Al'Shin y Astrov,
1963.
- $\chi_{(me)}$, policristal Cr_2O_3 . Strikman y Treves
1963.
- $\chi_{(me)}\chi_{(em)}$, monocristal FeC_3Ga . Rado, 1964.
- $\chi_{(me)}\chi_{(em)}$, monocristal $SO_4^{2-}Ni_6H_2O$. Hou y Bloem-
bergen, 1965.
- $\chi_{(em)}$, monocristal $B_7O_{13}IIIi_3$. Ascher, 1966.
- $\chi_{(me)}$, monocristal $PO_4^{3-}Li$. Ber-
cier y col., 1967.

- $\chi_{(em)}$, monocristal $Fe_5O_{12}Y_3$. O'Dell, 1967.

Como final de esta introducción, no hay que olvidar el primer elemento del circuito basado en este efecto: el "Gyrator", construido por Tellegen, en 1948; consistía en una pastilla de material magnetoeléctrico colocada entre dos electrodos, que a su vez lo estaban entre los polos de un núcleo magnético de alta permitividad al que se había arrollado una bobina conectada a dos terminales.

Si se aplicara una corriente por el bobinado debería inducir una d.d.p. entre las caras del material, y viceversa. Pero esto supondría que la susceptibilidad magnetoeléctrica debería ser mucho mayor que la eléctrica o magnética, cosa que no sucede en la práctica. Por todo ello nunca se ha llegado a la explotación de las propiedades técnicas del "Gyrator".

2. RELACIONES CONSTITUTIVAS DEL MEDIO Y ECUACIONES DE MAXWELL.

Las ecuaciones de Maxwell, como sabemos, son las que nos ligan los vectores campo y excitación y las relaciones constitutivas del medio.

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\partial B / \partial t & \nabla \times \vec{H} &= -\partial D / \partial t \\ \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} & \vec{B} &= \mu_0 \vec{H} \end{aligned}$$

La resolución de estas ecuaciones en el medio que se estudie nos dará su comportamiento.

Consideremos el medio más general, es decir: anisótropo y que posea propiedades eléctricas, magnéticas y magnetoeléctricas. Según Dzyaloshinski, 1959, la energía libre de un medio magnetoeléctrico, se puede expresar

$$G = \epsilon^{\alpha\beta} E^\alpha E^\beta + \mu^{\alpha\beta} H^\alpha H^\beta + \alpha^{\alpha\beta} E^\alpha H^\beta$$

(con $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ para las tres direcciones del espacio)

y por definición $D^\alpha = \partial G / \partial E_\alpha$ $B^\alpha = \partial G / \partial H_\alpha$

Por lo tanto, las relaciones constitutivas en nuestro caso serán:

$$D^\alpha = \epsilon^{\alpha\beta} E_\beta + \alpha^{\alpha\beta} H_\beta \quad (1)$$

$$B^\alpha = \alpha^{\beta\alpha} E_\beta + \mu^{\alpha\beta} H_\beta$$

siendo $\epsilon^{\alpha\beta}$ el tensor permitividad y $\mu^{\alpha\beta}$ el tensor permeabilidad.

El tensor $\alpha^{\beta\alpha}$, transpuesto del $\alpha^{\alpha\beta}$, expresa la relación entre los vectores \vec{B} y \vec{E} , que no es propiamente constitutiva, pues \vec{B} y \vec{E} están ya

relacionados por las ecuaciones de Maxwell. Así mismo $\epsilon^{\alpha\beta}$ es el tensor que relaciona \vec{D} y \vec{E} .

El problema de establecer unas verdaderas ecuaciones constitutivas reside en la elección de las variables independientes. Sommerfeld, 1952, Landau y Lifshitz, 1957, y Panofsky y Phillips, 1962, abordaron este tipo de problema considerando dos vectores campo, \vec{B} y \vec{E} , y dos vectores excitación, \vec{D} y \vec{H} , obteniendo como relaciones constitutivas para el vacío

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}$$

con los vectores campo \vec{B} y \vec{E} como variables independientes.

Con este cambio, en un no magnetoeléctrico, las ecuaciones de Dzyaloshinskii nos dan

$$\begin{aligned} D^\alpha &= \epsilon^{\alpha\beta} E_\beta + \beta^{\alpha\beta} B_\beta \\ H^\alpha &= \beta^{\alpha\beta} E_\beta + \mu^{\alpha\beta} B_\beta \end{aligned} \qquad (2)$$

que son unas verdaderas ecuaciones constitutivas entre las ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \quad \text{y} \quad \nabla \times \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t$$

Las ecuaciones constitutivas (1) y (2) no son dos formas de escribir la misma cosa, pues mientras en (1) $\epsilon^{\alpha\beta}$ es el tensor permitividad medido a H constante, en (2) $\epsilon^{\alpha\beta}$ está medido en condiciones de B constante.

Sólo cuando no hay efecto magnetoeléctrico ambas condiciones son idénticas.

Considerando, ahora, un medio material cuyas relaciones constitutivas sean

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

las ecuaciones constitutivas del medio magnetoelectrónico, en su forma más general, serán

$$P^\alpha = \chi_{(e)}^{\alpha\beta} E^\beta + \chi_{(em)}^{\alpha\beta} B^\beta$$

$$M^\alpha = \chi_{(me)}^{\alpha\beta} E^\beta + \chi_{(m)}^{\alpha\beta} B^\beta$$

que nos dicen que la polarización del medio es causada por los campos existentes dentro de él.

Las propiedades eléctricas, magnéticas y magnetoelectrónicas del medio, nos las describirán ahora los tensores $\chi_{(e)}^{\alpha\beta}$, $\chi_{(m)}^{\alpha\beta}$, $\chi_{(em)}^{\alpha\beta}$ y $\chi_{(me)}^{\alpha\beta}$. Esto no introducirá ninguna modificación en el significado de las ecuaciones de Maxwell, pues por ejemplo en el caso de un dieléctrico anisótropo, siempre podremos encontrar un sistema en el que el tensor simétrico $\chi_{(em)}^{\alpha\beta}$ sea diagonal.

Tendríamos entonces que $P^\alpha = \chi_{(e)}^{\alpha\beta} E^\beta$, que expresado en sus tres componentes sería

$$P_x = \chi_{(e)}^{11} E_x \qquad P_y = \chi_{(e)}^{22} E_y \qquad P_z = \chi_{(e)}^{33} E_z$$

razonando de la misma forma para $\chi_{(m)}^{\alpha\beta}$.

En el caso de que el medio anisótropo sea magnetoelectrónico, como $\chi_{(me)}^{\alpha\beta}$ y $\chi_{(em)}^{\alpha\beta}$, no serían simétricos en general, no podrían diagonalizarse, pudiendo hacerlo sólo en casos particulares.

Para salvar todos los casos, tendremos que utilizar las ecuaciones constitutivas del medio y las ecuaciones de Maxwell en su forma tensorial

o mejor aun en la forma de un tensor campo tetradimensional, por lo que las diversas propiedades eléctricas, magnéticas y magnetoeléctricas pasarían a ser los diferentes aspectos de una propiedad general única.

3. ECUACIONES DE MAXWELL EN FORMA TETRADIMENSIONAL. EL TENSOR CAMPO Y EL TENSOR SUSCEPTIBILIDAD GENERAL.

En este apartado nos extenderemos sólo en los aspectos referentes al efecto magnetoeléctrico, ya el tema que se trata es parte de la teoría fundamental del Electromagnetismo.

Recordemos, en el sistema espacio-tiempo, el invariante

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

y coordenadas

$$x^1 \equiv x, x^2 \equiv y, x^3 \equiv z, x^4 \equiv ict \quad (i = \sqrt{-1})$$

que tensorialmente podemos escribir

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j \quad \text{donde, } g_{ij} \text{ es el}$$

tensor métrico, que vale la unidad en el sistema cartesiano.

Las expresiones que ligán el potencial escalar y el potencial vector

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t^2}, \text{ postulado de Hertz, que}$$

$$\text{hace que} \quad \nabla^2 \phi + \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \rho / \epsilon_0$$

nos de las relaciones

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = - \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3) \quad \nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = - \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\frac{\partial^2 A_\alpha}{\partial(x^1)^2} + \frac{\partial^2 A_\alpha}{\partial(x^2)^2} + \frac{\partial^2 A_\alpha}{\partial(x^3)^2} + \frac{\partial^2 A_\alpha}{\partial(x^4)^2} = -\mu_0 \vec{J}$$

con $\alpha = 1, 2, 3$ para las componentes x, y, z .

Introduciendo el potencial vector tetradimensional

$$\Omega_1 = A_x \quad \Omega_2 = A_y \quad \Omega_3 = A_z \quad \Omega_4 = i\Phi/c$$

y el vector densidad de corriente

$$\Gamma_1 = J_x \quad \Gamma_2 = J_y \quad \Gamma_3 = J_z \quad \Gamma_4 = ic\rho$$

Las ecuaciones (3) y (4) y el postulado de Hertz que nos gobernarán el comportamiento en el vacío se pueden escribir ahora en la forma

$$\sum_{k=1}^4 \partial^2 \Omega_i / \partial(x^k)^2 = -\mu_0 \Gamma_i \quad \sum_{i=1}^4 \partial \Omega_i / \partial(x^i) = 0$$

que son ciertas en coordenadas cartesianas, y que en forma de un tensor general nos llevan a

$$g^{mn} \Omega_{i,mn} = -\mu_0 \Gamma_i \quad g^{mn} \Omega_{mn} = 0$$

siendo

g^{mn} , el tensor simétrico, que con el concepto de diferenciación covariante hace que sea cierto, según Sokolnikoff(1964), para todos los sistemas de coordenadas. En particular, en el sistema cartesiano el tensor métrico es idéntico al tensor unidad, el tensor covariante es indistinguible del contravariante y la diferencia covariante es la diferenciación parcial.

Las magnitudes expuestas anteriormente no son de gran utilidad, desde el punto de vista de magnitudes observables, se introducirá el tensor

campo, F_{ij} , que unificando los campos E y B, es es el rotacional tetradimensional del potencial Ω_{ij}

$$F_{ij} = c \delta_{ij}^{kl} \Omega_{l,k}$$

con δ_{ij}^{kl} = delta de Kronecker generalizada, y siendo

$$F_{ij} = -F_{ji}$$

por tanto antisimétrico, en coordenadas cartesianas se podrá escribir

$$F_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & cB_z & -cB_y & -iE_x \\ -cB_z & 0 & cB_x & -iE_y \\ cB_y & -cB_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{vmatrix}$$

\vec{B} y \vec{E} son ahora diferentes aspectos del tensor campo, pues un observador verá campo eléctrico o magnético dependiendo de la velocidad relativa con que se mueva respecto del sistema.

El equivalente a las ecuaciones de Maxwell tetradimensionales serán ahora las ecuaciones del tensor campo. Para el vacío son

$$\epsilon^{qj} F_{ij,q} = \mu_0 c \Gamma_i \quad J^{kl}_{,l} = 0$$

siendo, según Sokolnikoff

$$J^{kl} = \frac{1}{2} \epsilon^{klij}, \quad \epsilon^{klij} = \text{tensor permutación.}$$

Con la elección de constantes convenientes, podremos expresar los tensores excitación y polarización en función de los vectores \vec{D} y \vec{H} , que respectivamente serán

$$\mu_0 c f_{ij} = F_{ij} \quad [f_{ij}] = \begin{vmatrix} 0 & H_z & -H_y & -icD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -icD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -icD_z \\ icD_x & icD_y & icD_z & 0 \end{vmatrix}$$

$$F_{ij} = \mu_0 c (f_{ij} + M_{ij})$$

$$[M_{ij}] = \begin{vmatrix} 0 & M_z & -M_y & icP_x \\ -M_z & 0 & M_x & icP_y \\ -M_y & -M_x & 0 & icP_z \\ -icP_x & -icP_y & -icP_z & 0 \end{vmatrix}$$

Con todas estas consideraciones, vemos que el tensor polarización M_{ij} , se puede expresar como una función lineal del tensor campo F_{ij} en su caso más general,

$$\mu_0 c M_{ij} = \frac{1}{2} \xi_{ij}^{rs} F_{rs}$$

siendo ξ_{ij}^{rs} = tensor susceptibilidad general, que nos refiere el comportamiento total del medio eléctrico, magnético y magnetoeléctrico.

ξ_{ij}^{rs} es antisimétrico al serlo F_{rs} y M_{ij}

$$\xi_{ij}^{rs} = - \xi_{ij}^{sr} = \xi_{ji}^{sr} = - \xi_{ji}^{rs}$$

Desarrollando la expresión tensorial para cada par de valores i, j (1, 2, 3, 4), tendremos

$$[\chi_{(e)}^{\alpha\beta}] = - \frac{1}{\mu_0 c^2} \begin{vmatrix} \xi_{41}^{42} & \xi_{41}^{43} & \xi_{41}^{41} \\ \xi_{42}^{41} & \xi_{42}^{43} & \xi_{42}^{41} \\ \xi_{43}^{41} & \xi_{43}^{42} & \xi_{43}^{41} \end{vmatrix}$$

$$[\chi_{(m)}^{\alpha\beta}] = \frac{1}{\mu_0} \begin{vmatrix} \xi_{23}^{31} & \xi_{23}^{12} & \xi_{23}^{23} \\ \xi_{31}^{23} & \xi_{31}^{12} & \xi_{31}^{23} \\ \xi_{12}^{23} & \xi_{12}^{31} & \xi_{12}^{12} \end{vmatrix}$$

$$[\chi_{(m)}^{\alpha\beta}] = \frac{1}{\mu_0 c} \begin{vmatrix} \xi_{41}^{31} & \xi_{41}^{12} & \xi_{41}^{41} \\ \xi_{42}^{31} & \xi_{42}^{12} & \xi_{42}^{42} \\ \xi_{43}^{31} & \xi_{43}^{12} & \xi_{43}^{43} \end{vmatrix}$$

$$[\chi_{em}^{\alpha\beta}] = \frac{1}{\mu_0 c} \begin{vmatrix} \xi_{41} & \xi_{42} & \xi_{43} \\ \xi_{23} & \xi_{23} & \xi_{23} \\ \xi_{31} & \xi_{31} & \xi_{31} \\ \xi_{12} & \xi_{12} & \xi_{12} \end{vmatrix}$$

que son los coeficientes de la expresión

$$P^\alpha = \chi_{(e)}^{\alpha\beta} E_\beta + \chi_{(em)}^{\alpha\beta} B_\beta$$

$$M^\alpha = \chi_{(em)}^{\alpha\beta} E_\beta + \chi_{(m)}^{\alpha\beta} B_\beta$$

Todas estas susceptibilidades se relacionan con las convencionales conocidas, de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \xi_{41} &= 1 - \epsilon_x & \xi_{42} &= 1 - \epsilon_y & \xi_{43} &= 1 - \epsilon_z \\ \xi_{23} &= 1 - \frac{1}{\mu_x} & \xi_{31} &= 1 - \frac{1}{\mu_y} & \xi_{12} &= 1 - \frac{1}{\mu_z} \end{aligned}$$

Las susceptibilidades magnéticas se correspondrán con las convencionales para medios débilmente magnéticos, pues entonces $\mu \approx 1$ y

$$\left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \approx (\mu - 1)$$

Con las propiedades de simetría intrínseca del tensor, el número de elementos independientes se reduce a 21, esto es: 6 susceptibilidades eléctricas, 6 magnéticas y 9 magnetoeléctricas. Estas últimas se refieren a las correspondientes a los ejes x, y, z, y a los planos (x, y), (y, z) y (x, z).

El número máximo de susceptibilidades independientes para un medio que no posee ninguna simetría es de 21, disminuyendo conforme aumenta el número de aquellas.

4. EL TENSOR CAMPO EN MEDIOS CONTINUOS.

Cuando se considera un medio susceptible de polarizarse eléctricamente, o imanarse, el término corriente deberá incluir la de desplazamiento, o la de imanación del medio respectivamente, debidas a las variaciones con el tiempo. Estas corrientes que vienen dadas por $\partial \vec{P}/\partial t$ y $\nabla \times \vec{M}$, al expresarlas en término del tensor tetradimensional aparecerán unificadas, al estarlo a su vez \vec{P} y \vec{M} .

El vector corriente vendrá entonces representado por

$$\Lambda_i = g^{jk} M_{ij,k}$$

cuyas componentes serán

$$\Lambda_1 = \frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z} + ic \frac{\partial P_x}{\partial(ict)}$$

$$\Lambda_2 = \frac{\partial M_z}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial z} + ic \frac{\partial P_y}{\partial(ict)}$$

$$\Lambda_3 = \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial(ict)}$$

$$\Lambda_4 = -ic \frac{\partial P_x}{\partial x} - ic \frac{\partial P_y}{\partial y} - ic \frac{\partial P_z}{\partial z}$$

La ecuación fundamental para el potencial electrodinámico en medios continuos es ahora,

$$g^{ij} \Omega_{k,ij} = -\mu_0 (\Gamma_0 + \Lambda_k)$$

y las ecuaciones del campo electromagnético para medios continuos, que no son más que la forma tensorial tetradimensional de las ecuaciones de Maxwell, vienen dadas por la expresión

$$g^{jk} (F_{ij} - \mu_0 c M_{ij}),_k = \mu_0 c \Gamma_i$$

Si en estas ecuaciones se sustituye la relación constitutiva

$$F_{ij} = \frac{1}{\mu_0 c} \left(\delta_s^r \delta_j^s - \frac{1}{2} \xi_{ij}^{rs} \right) F_{rs}$$

se obtiene

$$g^{ik} \left(F_{ij,k} - \frac{1}{2} \xi_{ij}^{rs} F_{rs,k} \right) = \mu_0 c \Gamma_i$$

Tomando rotacional, diferenciando respecto a cualquier índice libre independiente, l, y operando mediante la delta de Kronecker generalizada

δ_{mn}^{il} (m, n, nuevos subíndices independientes) tendremos

$$g^{ik} \left(\delta_{mn}^{il} F_{ij,kl} - \frac{1}{2} \delta_{mn}^{ij} \xi_{mn}^{rs} F_{rs,kl} \right) = \mu_0 c \delta_{mn}^{ij} \Gamma_{i,l}$$

Considerando ahora la ecuación $J^{kl},_l = 0$ que escrita en términos de campo es

$\epsilon^{kijm} F_{mn,j} = 0$, y que para un k dado, nos daría

$$F_{mn,j} - F_{mj,n} + F_{nj,m} = 0$$

con m , n y j distintos entre sí. Como F_{ij} es un tensor antisimétrico

$F_{mn,j} = \delta_{mn}^{il} F_{ij,l}$ y la ecuación general nos queda ahora

$$\epsilon^{jkl} (F_{mn,jk} - \frac{1}{2} \sum_{mn} \sum_{ij} \sum_{rs} F_{rs,kl}) = \mu_0 c \delta_{mn}^{ij} \Gamma_{i,l}$$

que es una ecuación de ondas.

Para que esta ecuación de ondas sea completa hay que introducir la expresión

$$F_{mn,j} = \delta_{mn}^{ij} F_{ij,l}$$

Si ahora consideramos coordenadas cartesianas

$g^{jk} = 0$ para $j \neq k$, y $g^{jk} = 1$ para $j = k$ y si además, se trata de un medio magnetoeléctrico e isótropo:

$$\xi_{ij}^{rs} = 0, \text{ cuando la permutación}$$

de rs es de la misma paridad que la de ij ; entonces los componentes de los vectores \vec{E} y \vec{B} serán elementos del tensor F_{ij} y se podrían separar planteando seis ecuaciones de onda, independientes, del mismo tipo de la general.

Utilizando ahora la ecuación $F_{mn,j} = \delta_{mn}^{il} F_{ij,l}$

es posible efectuar un intercambio de l con r ó con s , y notando que en un medio isótropo y no magnético, j es igual a r ó s dependiendo del término de sumación que se considere, podremos hacer

$$-\frac{1}{2} g^{jk} \delta_{mn}^{il} \xi_{ij}^{rs} F_{rs,kl} = -\frac{1}{2} g^{jk} \delta_{mn}^{il} \xi_{ij}^{rs} \delta_{rs}^{pq} F_{pl,qk}$$

intercambiando simétricamente l con r y con s .

Puesto que $\delta_{rs}^{pq} \xi_{ij}^{rs} = 2 \xi_{ij}^{pq}$, nos quedará

$$g^{jk} (F_{mn,jk} - \delta_{mn}^{il} \xi_{ij}^{pq} F_{pl,qk}) = \mu_0 c \delta_{mn}^{il} \Gamma_{i,l}$$

ecuación general de ondas para un medio, homogéneo, independiente del tiempo y lineal con un tensor susceptibilidad general ξ_{ij}^{pq} .

5. REFERENCIA A LA TEORIA DE LOS CRISTALES MAGNETICOS.

Los cristales, como se sabe, son cuerpos que un ordenamiento atómico de periodicidad tridimensional y que se dividen, según la forma en que estén ordenados, en 230 grupos "espaciales" independientes (Phillips, 1963).

Si prescindiendo de la ordenación atómica se consideran sólo las simetrías macroscópicas, estos grupos, según Nye (1964), se clasifican en 32

clases o grupos "puntuales". Muchos de los átomos poseen momento magnético, o spin, que se ordenan en las tres direcciones del espacio. De ahí surge el concepto de cristal magnético.

La estructura cristalina, de esta forma, es periódica en el espacio-tiempo. El tiempo aquí, sólo es importante por su dirección, (t) ó $(-t)$, con lo que los 230 grupos "espaciales" pasan a ser 1.651 grupos "espaciales magnéticos", y las 32 clases de cristales pasan a ser 90 de id.

Según el libro de Birss, 1966, "Symetry & Magnetism", las simetrías cristalinas, además de las Traslaciones, Rotaciones e Inversiones espaciales, se considera, ahora, la Inversión temporal, $(t) \rightarrow (-t)$, relacionada con el concepto de spin.

Esta es la base de la teoría de éste y gran cantidad de trabajos para predecir la estructura magnética de un cristal, considerando el desorden magnético que se produce a altas temperaturas y el cambio de fase que sufren en los puntos de Curie y Néel. Dzyaloshinskii, 1957, usó una combinación de la teoría de la representación y de la teoría de las transiciones de fase de segundo orden, de Landau; sobre algunos cristales que muestran el débil ferromagnetismo.

La consecuencia de todas estas teorías es que, las transformaciones en el grupo puntual magnético, pueden tratarse como transformación de coordenadas en el espacio-tiempo reduciendo así, el número de elementos independientes en el tensor susceptibilidad general.

Asimismo, se puede mostrar, que los cristales magnetoeléctricos pueden presentar una estructura de dominios, y en el caso del Cr_2O_3 antife-

romagnético, ésta puede sólo observarse a escala macroscópica mediante el efecto magnetoeléctrico. Este efecto de dominios puede conducir a efecto de conmutación en ellos.

Por otra parte, los efectos magnetoeléctricos no lineales pueden dar lugar a imanaciones originadas por la aplicación de campos eléctricos o polarizaciones eléctricas. Efectos de esta clase conducen a magnetizaciones y polarizaciones eléctricas constantes proporcionales a la intensidad de una onda electromagnética que se propaga por el medio.

Efectos de este tipo son el "Mackels" y el "Pockels", que Ascher (1966), describió como muy interesantes, ya que podrían presentar efectos rectificadores para su utilización con ondas electromagnéticas de frecuencias bastante altas, como diodos.

6. REVISIÓN DE LOS METODOS DE MEDIDA DE LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNETOELECTRICA.

Su objeto es el cálculo de los valores numéricos del tensor susceptibilidad general. Para ello se trata de medir \vec{P} , \vec{M} , \vec{E} y \vec{B} , con el fin de calcular $\chi_{(e)}^{\alpha\beta}$, $\chi_{(m)}^{\alpha\beta}$, $\chi_{(em)}^{\alpha\beta}$, $\chi_{(me)}^{\alpha\beta}$, relacionados por la expresión

$$P^\alpha = \chi_{(e)}^{\alpha\beta} E_\beta + \chi_{(em)}^{\alpha\beta} B_\beta$$

$$M^\alpha = \chi_{(me)}^{\alpha\beta} E_\beta + \chi_{(m)}^{\alpha\beta} B_\beta$$

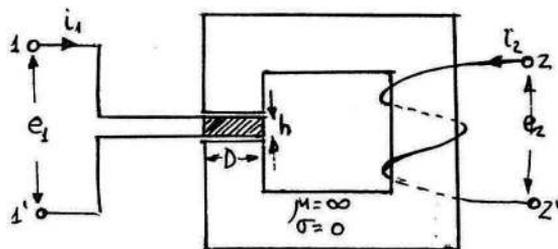
La susceptibilidad eléctrica, al ser un e-

efecto muy marcado, su medida se efectúa por medios puramente eléctricos; fundamentalmente midiendo la variación de la capacidad eléctrica de un condensador, con y sin el material a estudiar en su interior.

La susceptibilidad magnética por el contrario, puede considerarse como un efecto débil y en definitiva como un efecto relativista. Unicamente es fuerte, esta propiedad, en los ferromagnéticos. La forma de medir esta propiedad es indirecta. Normalmente se mide la fuerza ejercida en la muestra del material en cuestión, debida a la variación de su imanación, por resonancia u otro método que nos de la sensibilidad necesaria.

La susceptibilidad eléctrica, de materiales no férricos ni ferromagnéticos, se efectúa con campos alternos, pues a bajas frecuencias o en condiciones estáticas se enmascaran los efectos, p.e. la susceptibilidad eléctrica, por la conductividad finita de la materia. La susceptibilidad magnética se mide en condiciones estáticas.

El circuito ideal para la medida de la susceptibilidad mag-



netoeléctrica por método no resonante, es el de la figura. Consiste en un núcleo magnético, que suponemos, con permeabilidad cero y

conductividad infinita. Posee un entrehierro muy estrecho, de anchura h , en el que se coloca la muestra de material, entre dos electrodos (terminales 1, 1'). Alrededor del núcleo se arrolla una

bobina de N vueltas (terminales $2, 2'$).

Se considere $h \ll D$ para poder suponer que el campo en el entrehierro es uniforme. Las medidas se hacen en la dirección del eje de la muestra $z \equiv x^3$. Según esto las relaciones constitutivas se escribirán

$$P_z = \chi_{(e)}^{33} E_z + \chi_{(em)}^{33} B_z$$

$$M_z = \chi_{(me)}^{33} E_z + \chi_{(m)}^{33} B_z$$

Si ahora suponemos $E_z = 0$ (cortocircuitando $1, 1'$), tendremos

$$P_z = \chi_{(em)}^{33} B_z \quad \text{y} \quad M_z = \chi_{(m)}^{33} B_z \quad (1)$$

que nos define B_z . Aplicando un generador de tensión constante, e_2 , en $2, 2'$, se obtiene

$$\frac{dB}{dt} = \frac{e_2}{NA}, \quad \text{con } A = \text{sección del núcleo y área de la muestra.}$$

Dado que $\vec{E} = \mu_0 c^2 (\vec{D} - \vec{P})$, al ser $\vec{E}_z = 0$ tendremos que $D_z = P_z$ y como consecuencia mediremos i_1 e i_2 .

Definiendo como dirección positiva la que va hacia arriba, tendremos

$$i_1 / A = - dP_z / dt, \quad \text{que nos da}$$

$$dP_z / dt = \chi_{(em)}^{33} \frac{dB_z}{dt} = \chi_{(em)}^{33} e_2 / NA$$

de donde

$$\chi_{(em)}^{33} = - N i_1 / e_2$$

que puede considerarse como la admitancia i_1 / e_2 entre los terminales $1, 1'$ y $2, 2'$.

entre los terminales 1,1' y 2,2'.

De forma análoga, dado que $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ con $H = 0$ en el núcleo, pues $\mu = \infty$.

Tendremos en la muestra

$$H_z = Ni_2 / h, \text{ y } B_z = \left(\frac{Ni_2}{h} + \chi_{(m)}^{33} B_z \right)$$

calculando dB_z / dt y teniendo en cuenta la ecuación (1)

$$1 - \mu_0 \chi_{(em)}^{33} = \frac{N^2 A}{h} \frac{\mu_0}{e_2} di_2 / dt$$

lo que nos dice que $\chi_{(em)}^{33}$ se puede obtener midiendo la admitancia en los terminales 2,2'.

Para el caso de tensiones y corrientes sinusoidales

$$e_{1,2} = V_{1,2} e^{i\omega t}, \quad i_{1,2} = I_{1,2} e^{i\omega t}$$

tendremos

$$1 - \chi_{(m)}^{33} = \frac{N^2 A}{h} \frac{i\omega I_2}{V_2}$$

Consideremos ahora que el campo magnético es cero, pero esto no es posible en nuestro caso.

Lo que sí podemos hacer es que $dB_z / dt = 0$, cortocircuitando 2,2', lo que equivale a que el campo B_z es constante con el tiempo para la muestra.

$$\text{Por lo tanto } dP_z / dt = \chi_{(e)}^{33} dE_z / dt$$

$$dM_z / dt = \chi_{(me)}^{33} dE_z / dt$$

Conectando a los terminales 1,1' un generador de tensión constante, e_1 , tendremos

$$E_z = -e_1 / h, \quad D_z = -\frac{e_1}{\mu_0 c^2 h} + P_z$$

$$i_1 / A = - dD_z / dt$$

$$dP_z / dt = - \frac{i_1}{A} + \frac{1}{\mu_0 c^2 h} de_1 / dt$$

$$1 + \mu_0 c^2 \chi_{(e)}^{33} = \mu_0 \frac{c^2 h}{A} i_1 de_1 / dt$$

y para tensiones y corrientes sinusoidales

$$1 + c^2 \frac{\chi_{(e)}^{33}}{e} = c^2 \frac{h}{A} I_1 / V_1$$

Considerando ahora i_2 , tendremos

$$B_z = \mu_0 (N i_2 / dt + M_z)$$

$$\frac{dB_z}{dt} = 0 = \left(N \frac{di_2}{dt} - \frac{\chi_{(em)}^{33}}{h} \frac{de_1}{dt} \right)$$

$$\chi_{(em)}^{33} = N \frac{di_2 / dt}{de_1 / dt} = N I_2 / V_1$$

Este sistema de medida ideal, según lo expuesto anteriormente, puede asimilarse a un cuadripolo ideal.

Desde ese punto de vista, tendremos:

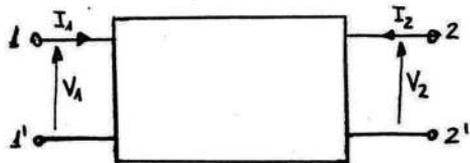
$$I_1 = y_{11} V_1 + y_{12} V_2$$

$$I_2 = y_{21} V_1 + y_{22} V_2$$

y por tanto podremos escribir:

$$y_{12} = I_1 / V_2 \Big|_{V_1=0} \quad y_{21} = I_2 / V_1 \Big|_{V_2=0}$$

$$y_{22} = I_2 / V_2 \Big|_{V_1=0} \quad y_{11} = I_1 / V_1 \Big|_{V_2=0}$$



Cuadripolo ideal

con lo que la susceptibilidad magnetoeléctrica se puede asimilar a las admitancias de un circuito de este tipo. Así

$$i \xi_{43}^{12} = -\mu_0 c N I_1 / V_2 \quad \delta \quad i \xi_{743}^{12} = -\mu_0 c N y_{12}$$

$$i \xi_{12}^{43} = \mu_0 c N I_2 / V_1 \quad \delta \quad i \xi_{12}^{43} = \mu_0 c N y_{21}$$

Considerado así, como las admitancias son parámetros eléctricos medibles, las susceptibilidades eléctrica y magnética se pueden identificar con la capacitancia y la inductancia.

Considerando los elementos del tensor susceptibilidad general y las ecuaciones obtenidas en el circuito ideal de medida, se puede escribir

$$1 - \xi_{712}^{12} = \frac{\mu_0 N^2 A}{h} \frac{i \omega I_2}{V_2}$$

$$1 - \xi_{712}^{12} = \frac{\mu_0 N^2 A}{h} i \omega y_{22}$$

donde claramente se ve que hay un término de inductancia

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{h}$$

que es la que presenta el arrollamiento que está sobre el núcleo magnético cuando no hay muestra en el entrehierro. Por tanto

$$\xi_{712}^{12} = 1 - i \omega L_0 y_{22}$$

La medida de la variación de esta inductancia nos dará la susceptibilidad magnética ξ_{712}^{12} .

De una manera análoga

$$1 - \xi_{43}^{43} = \frac{\mu c^2 h}{A} \frac{I_1}{i\omega V_1} = \frac{\mu c^2 h}{A} \frac{y_{11}}{i\omega}$$

con una capacidad $C_0 = \mu c^2 h / A$, que es la asociada al campo eléctrico existente entre los electrodos cuando no está la muestra entre ellos.

$$\xi_{43}^{43} = 1 - y_{11} / i\omega C_0$$

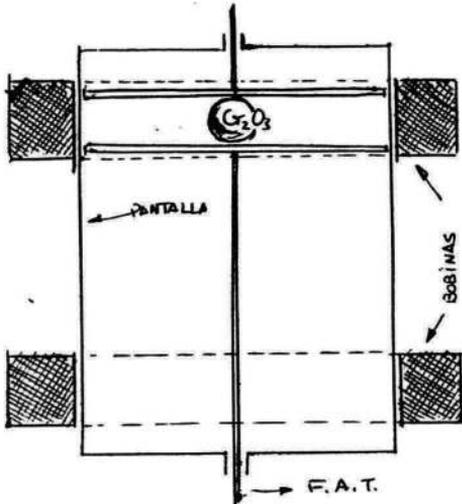
por lo que la susceptibilidad eléctrica se medirá mediante la variación de capacidad en $1, 1'$.

La realización práctica de un sistema ideal de medida, como el descrito, es muy difícil de lograr, ya que:

- a) Para obtener una conductividad muy baja debe utilizarse una ferrita de muy alta permeabilidad, difícil de conseguir.
- b) Los electrodos deben estar en contacto a la vez con la muestra y con el núcleo. En este caso la corriente de desplazamiento que fluye por el núcleo, actuaría sobre el campo magnético originando una inductancia mutua entre los terminales $1, 1'$ y $2, 2'$, haciendo que y_{12} fuera compleja, con su parte real dependiendo de las pérdidas dieléctricas del núcleo de ferrita y la parte imaginaria como un error en la medida de la susceptibilidad magnetoeléctrica.
- c) Los electrodos han de ser de un material de baja conductividad, y muy delgados para minimizar las corrientes inducidas por el campo magnético oscilante, lo cual no es compatible con la baja resistencia requerida para cortocircuitar los electrodos externamente y hacer el campo cero.

7. SISTEMAS NO RESONANTES. EL APARATO DE ASTROV.

La primera medida cierta del efecto la realizó Astrov, en 1960, en un monocristal de Cr_2O_3 .



El dispositivo y su teoría se describen a continuación.

Una muestra esférica del monocristal se coloca entre dos electrodos, de diámetro mucho mayor que el de la muestra, y rodeada de dicloroetano, de constante dieléctrica muy próxima al de aquella, para asegurar la uniformidad del campo eléctrico.

Este conjunto se encontraba rodeado por una bobina que a su vez se une en serie-oposición con otra gemela, con el fin de minimizar las señales de acoplamiento que se pudieran producir entre ellas y los cables de alta tensión que suministran el campo eléctrico, de 100 V/mm a 10 kHz , que se aplicará sobre la muestra.

La muestra se podía girar para medir según los diversos ejes cristalográficos.

Como consecuencia de la aplicación del campo eléctrico a la muestra aparece en la muestra una imanación alterna que se traduce en una d.d.p. en bornes de las bobinas.

Las tensiones medidas por Astrov variaban con

la temperatura y sus signos relativos se podían deducir midiendo el desfase entre la tensión aplicada y la inducida en las bobinas.

Si V es la tensión aplicada y D el diámetro de la muestra, el campo eléctrico aplicado sería V/D . Este campo uniforme crea una imanación uniforme y el campo magnético interno en la muestra sería

$$B_z = \frac{2}{3} \mu_0 M_z, \text{ como } M_z = \chi_{(me)}^{33} E_z + \chi_{(m)}^{33} \frac{2}{3} \mu_0 M_z$$

$$M_z = \frac{\chi_{(me)}^{33}}{1 - \frac{2}{3} \mu_0 \chi_{(me)}^{33}} E_z$$

y en términos de susceptibilidad general

$$M_z = \frac{i \sum_{12}^{43}}{\mu_0 c \left(1 - \frac{2}{3} \sum_{12}^{43} \right)} E_z$$

y como $\sum_{12}^{43} = 1,64 \times 10^{-3}$ para el Cr_2O_3 en el punto de Néel

$$M_z \approx \frac{i \sum_{12}^{43}}{\mu_0 c} E_z$$

que es correcto en el 99% del rango de temperatura medido.

Al medir la tensión inducida en los carretes tenemos una medida del flujo magnético abrazado por ellos, y que para una vuelta de cada espira ecuatorial a la esfera muestra vale

$$\phi = \frac{2}{3} \mu_0 M_z \frac{1}{4} D^2, \text{ tendremos una tensión inducida}$$

$$e = d\phi / dt = \frac{1}{6} \pi D \frac{\omega}{c} i \sum_{12}^{43} V^* \cos \omega t$$

siendo $V = V^* \sin \omega t$, la aplicada a los electro-

dos. En el caso de Astrov, la bobina enlaza $C, 15N$ del flujo que abrazaría una espira ecuatorial a la muestra, y dado que $D = 64 \text{ mm}$. $\omega = 2 \times 10^4$

$$\frac{|\epsilon|}{V} = 10^{-7} \text{ Ni } \left\{ \begin{array}{l} 43 \\ 12 \end{array} \right. = 4 \times 10^{-4}$$

Los puntos más críticos en los sistemas de medida como el de Astrov son el diseño de las bobinas y la elección de las frecuencias a utilizar.

Con sistemas de este tipo trabajaron:

Folen, 1961; $f = 1 \text{ kHz}$, $N = 10.000$ vueltas.

Strikman y Treves, 1963; $f = 2 \text{ kHz}$, $N = 35.000$

Mercier, 1967; $f = 1 \text{ kHz}$, $N = 8.000$

Martin y Anderson, 1966; $f = 20 \text{ kHz}$, $N = 5.000$

Un gran problema que se presenta en estas medidas es la aparición de señales indeseadas y que pueden afectar a las medidas muy seriamente.

Las tres fuentes de este tipo de señales son: a) Los impulsos de campo eléctrico, debidos a la pequeña capacidad parásita entre electrodos y bobina.

b) Los impulsos de campo magnético debidos a las corrientes de desplazamiento en el cristal y que producen una f.e.m. en la bobina.

c) Los originados por descompensaciones entre los circuitos del sistema y lazos de tierra.

8. SISTEMAS DE MEDIDA UTILIZANDO EL EFECTO MAGNETICAMENTE INDUCIDO.

En general las escalas típicas de densidad de energía de campos magnéticos de laboratorio son varios órdenes de magnitud mayores que las de los campos eléctricos, la inducción del efecto magnéticamente debe suministrar mejor base para

la experimentación.

Dentro de esta forma de medida podemos distinguir tres clases:

Métodos estáticos. La muestra provista de unos electrodos se coloca entre los polos de un electroimán. Se mide la tensión que aparece entre los electrodos al aplicar el campo magnético. Así trabajaron Rado y Folen, 1961, en monocristales de Cr_2O_3 ; Ascher y col., 1966, en $\text{Ni}_3\text{B}_7\text{O}_{13}$ y Rado, 1964, en el óxido de Hierro y Galio.

Métodos de corriente alterna. Se aplican campos magnéticos alternos a la muestra en la que aparecerá unapolarización que originará una tensión que se detecta mediante amplificadores de banda estrecha. Así lo hicieron Al'Shin y Astrov, 1963, con $f = 4$ MHz, sobre policristal de Ti_2O_3 ; Hou y Bloembergen, 1965, $f = 30\sim 50$ Hz, en $\text{NiSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, y Rado, con $f = 1$ kHz superpuesto a un campo estático en óxido de Hierro y Galio.

Métodos de pulsos. Se aplican a la muestra campos magnéticos pulsantes de gran intensidad. Ejemplo de estos métodos son los utilizados por O'Dell, 1966, en Cr_2O_3 y granates de Hierro e Ytrio y por Wood, 1968, en óxidos de Hierro y Galio.

Esta técnica es la que más información nos puede proporcionar sobre la relajación del efecto y conmutación de dominios.

9. UN PROBLEMA TEORICO.

Ninguna de las teorías sobre el efecto, ni incluso las más completas como las de O'Dell o la de Hornreich y Strikman, contemplaron la susceptibilidad eléctrica del Cr_2O_3 como un parámetro explícito, si no que hacen tratamientos teóricos del efecto magnetoeléctrico de cómo influye el campo eléctrico sobre la estructura ordenada de los spines, y no se ha contemplado la influencia que tendría el campo magnético sobre la estructura iónica o electrónica.

Pero como la polarización iónica y electrónica de un material como el Cr_2O_3 son casi independientes de la temperatura, no se debería esperar que la susceptibilidad eléctrica apareciera explícitamente.

Si nos referimos a todo lo expuesto hasta ahora encontraríamos un contraste con lo aquí dicho.

Cuando el efecto magnetoeléctrico se considera según el procedimiento y modelo puramente clásico se obtendría que

$$\chi_{(em)} = \chi_{(me)} = \sqrt{\chi_{(e)} \chi_{(m)}} \quad (1)$$

que nos da la susceptibilidad magnetoeléctrica como la media geométrica de la eléctrica y la magnética. Según los valores obtenidos por los diversos autores, parece que esto no guardaría relación con lo que sucede en el Cr_2O_3 , ya que, en primer lugar, la dependencia con la temperatura de $\chi_{(me)}$ y $\sqrt{\chi_{(e)} \chi_{(m)}}$ son bastante diferentes, y en segundo lugar, los valores numéricos son tales que una susceptibilidad magnetoeléctrica,

adimensional, $i \approx \frac{12}{43}$, de alrededor de 0,1 debería ser la conclusión de la ecuación (1), a temperaturas inferiores del punto de Néel.

Pero el valor más grande observado fué de 15×10^{-3} , por Brown, en 1969.

Pero, Fang y Bower, 1963, y Samokhalov y col., 1960, observaron un pequeño aumento de la permitividad del Cr_2O_3 con el aumento de la temperatura al alcanzar el punto de Néel. Este cambio, $\Delta\epsilon_r/\epsilon_r$, era del orden de 10^{-2} ; considerando ϵ_r como la susceptibilidad eléctrica asociada al ordenamiento magnético del Cr_2O_3 y sustituyéndola en la ecuación (1), se obtiene una predicción para $i \approx \frac{12}{43}$ de 10^{-2} , que es un resultado razonable para que se tuvieran más en cuenta los resultados de Fang, Bower y Samokhalov.

Este pequeño cambio en la permeabilidad, que observaron estos autores, no deben confundir con los grandes cambios en la permitividad del Cr_2O_3 a baja frecuencia, que observaron Lal y col., 1967, muy cerca de la temperatura de Néel.

Estos resultados no se han obtenido nunca y obtener una repetición de los mismos sería de un gran interés. Este es el objeto de nuestra parte experimental que se describirá a continuación.

10. ESTUDIO DE LA VARIACION DE LA CONSTANTE DIELECTRICA Y PERDIDAS, CON LA TEMPERATURA EN MUESTRAS DE Cr_2O_3 POLICRISTALINO.

Para este fin se utilizó un puente de capacidades, tipo Shering, con un generador-oscilador y detector de cero sintonizado, externos.

Las muestras se alojaban en un "holder", condensador planoparalelo de caras circulares, de 2" de diámetro, ópticamente pulidas, y con distancia variable mediante tornillo calibrado.

Todo el dispositivo se introduce en una cámara de cristal en la que se podía controlar la temperatura ambiente. La medida de la temperatura en las proximidades de la muestra se podía realizar con una precisión de $\pm 0,5^\circ\text{C}$.

La precisión del puente de capacidades es de 0,5 pF, y se trabajó en una banda de frecuencias de 200 Hz a 20 kHz. Los resultados se estimaron para 1 kHz, por ser la frecuencia de mejor respuesta para el puente.

Las muestras analizadas, 2MCV1, 2MCV2 y 2MCV3, se fabricaron por sinterización de polvo policristalino de Cr_2O_3 , químicamente puro, en el Instituto de Cerámica y Vidrio del C.S.I.C.

Presión, 1000 Ton/cm². Temperatura, 1500°C durante 5 horas. Forma: pastillas cilíndricas.

Las densidades conseguidas para las tres muestras, fueron respectivamente: 3,52 gr/cm³, 3,56 gr/cm³ y 3,51 gr/cm³.

Los resultados de las medidas de caracterización eléctrica de las muestras 2MCV1 y 2MCV3, pues la 2MCV2 se rompió durante las medidas, fueron las que se exponen a continuación:

Dimensiones: 2M_{CV1}; diam.= 10mm. h = 0,774 mm.
 2M_{CV3}; diam.= 10mm. h = 0,736 mm.

T ° C.	2M _{CV1}		2M _{CV3}	
	k'	k''	k'	k''
19	61,0			
20	58,5	7,3	41,1	10
21	57,6	8,0	40,0	10
22			40,0	10
23			40,5	10
24			39,8	8,9
25	59,4	10,5	38,6	5,0
27	57,3	8,7	36,9	4,4
29	52,1	7,5	32,6	3,1
31	52,7	5,2	32,1	2,1
33	49,7	3,5	31,1	1,7
35	43,0	1,6	30,1	1,5
37	40,9	1,3	28,9	1,2
39	38,0	0,6	28,2	1,0
40			27,4	1,0
41	35,5	0,3	26,6	0,8
43	34,7	0,2	25,8	0,6
45	30,9	0,1	24,6	0,6
47	28,6	0,08	22,9	0,5
49			21,7	0,5
51	28,3	0,02	20,3	0,4
53			19,0	0,2
55	25,2	0,00	16,5	0,06
57			15,1	0,02
59			12,7	0,01
61	23,3	0,00		

k' = Susceptibilidad eléctrica. $\operatorname{tg} \delta = D = k''/k'$

De esto se deduce el comportamiento siguiente:

En las muestras 2MCV1 y 2MCV3, la constante dieléctrica y las pérdidas disminuyen, al aumentar la temperatura de 19°C a 61°C. No se presenta ninguna singularidad a la temperatura de Néel del material, 34°C.

Con este estudio previo ya se puede abordar el estudio del comportamiento de las muestras en el seno de un campo magnético que es nuestro fin.

II. VARIACION DE LA CONSTANTE DIELECTRICA Y DE LAS PERDIDAS, DE MUESTRAS POLICRISTALINAS DE Cr_2O_3 , BAJO LA ACCION DE CAMPOS MAGNETICOS.

Usando la misma técnica de medida de las capacidades utilizada para el estudio anterior, y colocando ahora la muestra entre dos electrodos, que a su vez se introducirán entre los polos de un electroimán de 2 ca. de entrehierro.

El campo eléctrico se crea aplicando una tensión de 1 V. r.m.s. a 1 KHz. La detección se efectúa mediante un amplificador "lock-in", en fase y cuadratura, con objeto de asegurar una detección libre de acoplamientos y señales extrañas.

Las magnitudes medidas son, C_m en pF y D_m ($\text{tg } \delta$), en función de la intensidad, I , que alimenta el electroimán. El campo magnético en éste, en función de I , puede verse en la gráfica correspondiente.

Los resultados obtenidos para la muestra 2MCV1, se reflejan en las tablas de las páginas siguientes.

T ₂₀ C.	C _m	D	C _m	D												
18,5	33,2	,09	35,6	,13												
19																
19,5			43,2	,2												
20			36,8	,13			71,3	,35								
20,5	32,9	,04					66,3	,39	83,7	,45						
21	31,7	,04	33,1	,10	39,1	,09	52,5	,20					96,9	,48		
21,5			33,6	,04	39,2	,09	50,2	,16	80,2	,31	87,3	,33				
22	29,5	,04	32,2	,05	38,8	,11			78,4	,43	88,4	,41				
22,5							48,3	,25	64,3	,35						
I(A)	0		0,5		1		1,5		2		2,5		2,8			

Tabla de medidas que corresponde a una tanda completa e ininterrumpida, compuesta por ciclos de variación de intensidad del campo magnético desde su mínimo a su máximo valor y viceversa.

De este tipo de medidas se obtiene:

- Variación de la capacidad de la muestra con la temperatura y el campo magnético aplicado.
- Forma de crecimiento de la capacidad, y por tanto de la constante dieléctrica, con la temperatura.
- Variación de C_m con el campo magnético aplicado, para una temperatura dada.

Los resultados son:

$T^{\circ}\text{C}$ \ I(A)	I=0	I=0,5	I=1	I=1,5	I=2	I=2,5	I=2,8
18,5							
19	32,4	35,6					
19,5			43,2				
20				54,2	76,4		95
20,5		32,9					
21	31,7	33,1	39,1	52,3	66,6	82,8	94,8
21,5		33,2	39,2	52,3	66,7	80,2	93,6
22	30,3	32,8	38,8	48,1			87,9
22,5			32,2				

Variación general de C_m (pF), con I y con T.

I=0	I=0,5	I=1	I=1,5	I=2	I=2,5	I=2,8
2,1	2,8	11,0	6,1	9,7	3,4	7,1

Variación del incremento de C_m (ΔC_m), en pF.

0,7	0,9	3,7	3,0	6,4	1,7	3,5
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

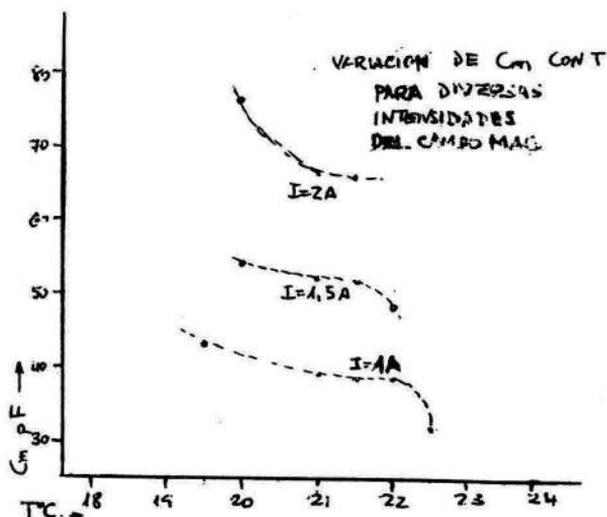
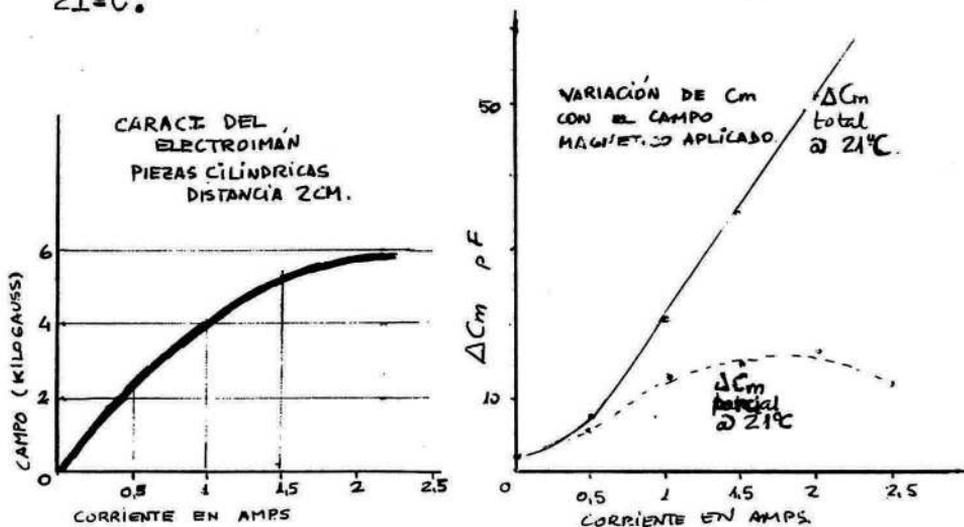
Variación de C_m en pF/ $^{\circ}\text{C}$.

I=0	I=0,5	I=1	I=1,5	I=2	I=2,5
1,4	6,0	13,2	14,3	16,2	12,0

Que son los incrementos parciales de C_m , en pF, a 21°C.

I=0	I=0,5	I=1	I=1,5	I=2	I=2,5
1,4	7,4	20,6	34,9	51,1	63,1

Que es el incremento total de C_m , en pF, a 21°C.



12. CONCLUSIONES.

De las diversas pruebas realizadas con las muestras sinterizadas en condiciones distintas, se vió que éstas influían grandemente en la variación de la constante dieléctrica y pérdidas de aquellas, produciéndose incluso, en algunos casos fenómenos de relajación.

Elegidas, cómo consecuencia de ello, unas condiciones para la fabricación de las muestras, en las que no aparecieran fenómenos ajenos de ningún tipo, y después de estudiar el comportamiento a distintas frecuencias, se eligió la frecuencia de 1 kHz y un rango de temperatura que comprendiera el punto de Néel del material.

En éstas condiciones:

La constante dieléctrica y la de pérdidas del material disminuyen al aumentar la temperatura (de + 20°C. a + 60°C.).

Bajo la acción de un campo magnético aplicado, al aumentar éste la constante dieléctrica aumenta. Para un crecimiento del campo de 0 a 6 KiloGauss, aprox., a 21°C, la capacidad que presenta la muestra es desde 32,5 pF a 97,5 pF, lo que se traduce en un k' de 27,3 a 100,3.

Esta variación de k' es prácticamente lineal con el campo magnético aplicado, de pendiente 9.

Por limitaciones técnicas no se ha podido encontrar el límite superior de variación.

k' aumenta con el crecimiento de la temperatura ambiente, entre 18°C y 23°C, cuando la muestra está sometida a un campo magnético dado.

De este estudio sacamos, claramente, como conclusión los siguientes hechos:

- A - Existe una variación apreciable de la constante dieléctrica en los compuestos sinterizados de polvo policristalino de Cr_2O_3 , a la acción de un campo magnético uniforme.
- B - La variación es debida, sólo y exclusivamente, a la acción del campo magnético aplicado.
- C - Hasta 6 KiloGauss, la constante dieléctrica aumenta linealmente con el campo magnético aplicado.

13. COMPARACION CON OTROS ESTUDIOS.

H.B.Lal, Ramji Srivastava y K.G. Srivastava del Departamento de Física, de la Universidad de Allahabad, India, utilizaron este mismo método, de constante dieléctrica, para el estudio del efecto magnetoeléctrico en monocristal de Cr_2O_3 en las proximidades del punto de Néel.

Bajo la acción de un campo magnético de hasta 19 KiloOersted observaron que las pérdidas dieléctricas (k'') eran muy pequeñas, no siendo significantes para el experimento. La constante dieléctrica variaba entre 7 y 13.

Alrededor de la temperatura de Néel, 34°C , la constante dieléctrica, k' , decrece al aumentar el campo magnético aplicado, mientras en las demás regiones aumenta en razón directa con él.

k' aumenta al hacerlo la temperatura.

Teniendo en cuenta que los estudios de Lal y col. y el presente, se han efectuado sobre estados diferentes del material en cuestión, tenemos:

- A - Las variaciones de k' con la temperatura, son contrarias en ambos estudios.
- B - Los valores de las pérdidas, en nuestro trabajo, son importantes y asimismo sus variaciones, por lo que no se pueden dejar sin referenciar.
- C - La forma de variación de k' , con el campo magnético aplicado, coinciden, excepto el comportamiento anómalo a la temperatura de Néel, que en nuestro trabajo no se produce.

Como consecuencia, las líneas que quedan abiertas para ulteriores estudios son:

- Delimitación de las diferencias del efecto magnetoelectrónico en monocristales y materiales policristalinos o cerámicos.
- Estudio de las propiedades físicas, del material que se trate, conjuntamente, pues se interrelacionan.
- Estudio la posible aparición de la superposición de efectos, como los magnetostrictivos o semejantes, como consecuencia a la del magnetoelectrónico.

BIBLIOGRAFIA FUNDAMENTAL.

- Ascher, E., "Higher-order magnetoelectric effects" *Phil. Mag.* pp. 149-157, (1968).
- Astrov, D.N., "The magnetoelectric effect in antiferromagnetics", *Sov. Phys. JEPT*, vol. 11, n^o3, pp.708-9, (1960).
- Astrov, D. N., "Magnetoelectric effect in chromium oxide", *Sov. Phys. JEPT*, vol. 13, n^o4, (1961).
- Astrov, D.N., and Al'Shin, B.I., "Effect of domain structure on the magnetic properties of chromium oxide", *Sov. Phys. JEPT*, vol.24, n^o1, pp.13-20, (1967).
- Birss, R.R., "Symmetry and Magnetism", North-Holland Publishing Company, Amsterdam-London, (1966).
- Fang, P.H., and Brower, W.S., "Dielectric constant of Cr_2O_3 crystals", *Phys. Rev.*, vol.11, n^o4, p. 1561, (1963).
- Brown, G.A. and O'Dell, T.H., "Domain switching measurements in an antiferromagnet", *IEEE Trans. Mag.* vol. MAG-5, pp.964-7, (1969).
- Brows, W.F. jr., "Upper bound on the magnetoelectric susceptibility", *Phys. Rev.*, vol.168 n^o2, pp.574-7, (1968).
- Fuchs. R., "Wave propagation in a magnetoelectric medium", *Phil. Mag.*, vol.7, pp.1653-60, (1962).
- Date, M., Kanamori, J. and Tachiki, M., "Origin of magnetoelectric effect in Cr_2O_3 ", *J. Phys. Soc. Japan*, vol.16, p.2589, (1961).
- Landau y Lifshitz, "Electrodynamics in continuous media", Pergamon Press, N.Y. (1959).
- Martin, T.J. and Anderson, J.C., *Phys. Let.*, vol. 2, n^o11, pp.109-110, (1964).

- Lartin, T.J. and Anderson, J.C., "Antiferromagnetic domains switching in Cr_2O_3 ", IEEE Trans. Mag., vol. MAG-2, n°3, pp. 446-9 (1966).
- Lazwell, L.R. and McGuire, T.R., "Antiferromagnetic resonance", Rev. Mod. Phys., vol. 25, n°1, pp.279-84, (1953).
- McGuire, T.R., Scott, E.J. and Grannis, F.H., "Antiferromagnetism in a Cr_2O_3 crystal", Phys. Rev., vol.162, n°4, (1956).
- Mercier, W., "Etude d'un appareil destiné a la mesure de l'effet magnéto-électrique entre 1,8°K et 330°K", Rev Phys. App., vol.2, pp.109-113, (1967).
- O'Dell, T.H., "The electrodynamics of magnetoelectric media", North-Holland Publishing Company, Amsterdam-London, (1970).
- O'Dell, T.H., "The electrodynamics of magnetoelectric media", Phil. Mag., vol.7, pp.1653-1660, (1962).
- O'Dell, T.H., Phil. Mag., vol.13, pp. 899-902, (1964).
- O'Dell, T.H., IEEE Trans. Mag., vol. MAG-2, n°3, pp. 449-452, (1966).
- O'Dell, T.H., "Measurements of the magnetoelectric susceptibility of polycrystalline chromium oxide", Phil. Mag., vol.79, pp. 921-933, (1966).
- Rado, G.T. and Folen, V.J., "Magnetoelectric effects in antiferromagnetics", Journal. App. Phys., Supl. to vol.33, pp. 1126-1132, (1962).
- Srivastava, Ramji., Lal, H.B. and Srivastava, K. G., "Magnetoelectric effect in Cr_2O_3 single crystal as studied by dielectric constant method", Phys. Rev., vol. 154,

- n^o2, pp. 505-7, (1967).
- Trouson, E.P. y col., "Magnetic resonance in antiferromagnetic materials near the Curie temperature", Phys. Rev. vol. 79, pp. 542-3, (1950).
- Strikman, T.J. and Treves, D., Phys. Rev., vol. 130, n^o3, pp. 986-8, (1963).
- Van Vleck, J.H., "The Theory of electric and magnetic susceptibilities", Oxford University Press, London, (1932).
- Wood, Van E. and Austin, A.E., "Possible applications for magnetoelectric materials", Int. J. Magnetism, vol.5, pp. 303-315, (1974).



FUNDACION JUAN MARCH
SERIE UNIVERSITARIA

Títulos Publicados:

1. — *Semántica del lenguaje religioso.* / A. Fierro
(Teología. España, 1973)
2. — *Calculador en una operación de rectificación discontinua.* / A. Mulet
(Química. Extranjero, 1974)
3. — *Skarns en el batolito de Santa Olalla.* / F. Velasco
(Geología. España, 1974)
4. — *Combustión de compuestos oxigenados.* / J. M. Santiuste
(Química. España, 1974)
5. — *Películas ferromagnéticas a baja temperatura.* / José Luis Vicent López
(Física. España, 1974)
6. — *Flujo inestable de los polímeros fundidos.* / José Alemán Vega
(Ingeniería. Extranjero, 1975)
7. — *Mantenimiento del hígado dador in vitro en cirugía experimental.* /
José Antonio Salva Lacombe (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1973)
8. — *Estructuras algebraicas de los sistemas lógicos deductivos.* / José Plá Carrera
(Matemáticas. España, 1974)
9. — *El fenómeno de inercia en la renovación de la estructura urbana.* /
Francisco Fernández-Longoria Pinazo (Urbanización del Plan Europa 2.000
a través de la Fundación Europea de la Cultura)
10. — *El teatro español en Francia (1935-1973).* / F. Torres Monreal
(Literatura y Filología. Extranjero, 1971)
11. — *Simulación electrónica del aparato vestibular.* / J. M. Drake Moyano
(Métodos Físicos aplicados a la Biología. España, 1974)
12. — *Estructura de los libros españoles de caballerías en el siglo XVI.* /
Federico Francisco Curto Herrero (Literatura y Filología. España, 1972)
13. — *Estudio geomorfológico del Macizo Central de Gredos.* /
M. Paloma Fernández García (Geología. España, 1975)
14. — *La obra gramatical de Abraham Ibn e Ezra.* / Carlos del Valle Rodríguez
(Literatura y Filología. Extranjero, 1970)

15. — *Evaluación de Proyectos de Inversión en una Empresa de producción y distribución de Energía Eléctrica.* / Felipe Ruíz López (Ingeniería. Extranjero, 1974)
16. — *El significado teórico de los términos descriptivos.* / Carlos Solís Santos (Filosofía. España, 1973)
17. — *Encaje de los modelos econométricos en el enfoque objetivos-instrumentos relativos de política económica.* / Gumersindo Ruíz Bravo (Economía. España, 1971)
18. — *La imaginación natural (estudios sobre la literatura fantástica norteamericana).* / Pedro García Montalvo (Literatura y Filología. Extranjero, 1974)
19. — *Estudios sobre la hormona Natriurética.* / Andrés Purroy Unanua (Medicina, Farmacia y Veterinaria. Extranjero, 1973)
20. — *Análisis farmacológico de las acciones miocárdicas de bloqueantes Beta-adrenérgicos.* / José Salvador Serrano Molina (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1970)
21. — *El hombre y el diseño industrial.* / Miguel Durán-Lóriga (Artes Plásticas. España, 1974)
22. — *Algunos tópicos sobre teoría de la información.* / Antonio Pascual Acosta (Matemáticas. España, 1975)
23. — *Un modelo simple estático. Aplicación a Santiago de Chile.* / Manuel Bastarache Alfaro (Arquitectura y Urbanismo. Extranjero, 1973)
24. — *Moderna teoría de control: método adaptativo-predictivo. Teoría y realizaciones.* / Juan Manuel Martín Sánchez (Ingeniería. España, 1973)
25. — *Neurobiología (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio sobre Investigaciones biológicas 1977)*
26. — *Genética (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio sobre Investigaciones biológicas 1977)*
27. — *Genética (I Semana de Biología. Conferencias-coloquio sobre Investigaciones biológicas 1977)*
28. — *Investigación y desarrollo de un analizador diferencial digital (A.D.D.) para control en tiempo real.* / Vicente Zugasti Arbizu (Física. España, 1975)
29. — *Transferencia de carga en aleaciones binarias.* / Julio A. Alonso (Física. Extranjero, 1975)
30. — *Estabilidad de osciladores no sinusoidales en el rango de microondas.* / José Luis Sebastián Franco (Física. Extranjero, 1974)

31. — *Estudio de los transistores FET de microondas en puerta común.*/ Juan Zapata Ferrer. (Ingeniería. Extranjero, 1975).
32. — *Estudios sobre la moral de Epicuro y el Aristóteles esotérico.*/ Eduardo Acosta Méndez. (Filosofía. España, 1973).
33. — *Las Bauxitas Españolas como mena de aluminio.*/ Salvador Ordóñez Delgado. (Geología. España, 1975).
34. — *Los grupos profesionales en la prestación de trabajo: obreros y empleados.*/Federico Durán López. (Derecho. España, 1975).
35. — *Obtención de Series aneuploides (monosómicas y ditelosómicas) en variedades españolas de trigo común.*/Nicolás Jouve de la Barreda. (Ciencias Agrarias. España, 1975).
36. — *Efectos dinámicos aleatorios en túneles y obras subterráneas.*/ Enrique Alarcón Álvarez. (Ingeniería. España, 1975).
37. — *Lenguaje en periodismo escrito.*/Fernando Lázaro Carreter, Luis Michelena Elissalt, Robert Escarpit, Eugenio de Bustos. Víctor de la Serna, Emilio Alarcos Llorach y Juan Luis Cebrián. (Seminario organizado por la Fundación Juan March los días 30 y 31 de mayo de 1977).
38. — *Factores que influyen en el espigado de la remolacha azucarera, Beta vulgaris L.*/José Manuel Lasa Dolhagaray y Antonio Silván López. (Ciencias Agrarias. España, 1974).
39. — *Compacidad numerable y pseudocompacidad del producto de dos espacios topológicos. Productos finitos de espacios con topologías proyectivas de funciones reales.*/José Luis Blasco Olcina. (Matemáticas. España, 1975).
40. — *Estructuras de la épica latina.*/M^a. del Dulce Nombre Estefanía Álvarez. (Literatura y Filología. España, 1971).
41. — *Comunicación por fibras ópticas.*/Francisco Sandoval Hernández. (Ingeniería. España, 1975).
42. — *Representación tridimensional de texturas en chapas metálicas del sistema cúbico.*/José Antonio Pero-Sanz Elorz. (Ingeniería. España, 1974).
43. — *Virus de insectos: multiplicación, aislamiento y bioensayo de Baculovirus.*/Cándido Santiago-Alvarez. (Ciencias Agrarias. Extranjero, 1976).
44. — *Estudio de mutantes de saccharomyces cerevisiae alterados en la biosíntesis de proteínas.*/Lucas Sánchez Rodríguez. (Biología. España, 1976).

45. — *Sistema automático para la exploración del campo visual.* José Ignacio Acha Catalina. (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1975).
46. — *Propiedades físicas de las variedades de tomate para recolección mecánica.* Margarita Ruiz Altisent. (Ciencias Agrarias. España)
47. — *El uso del ácido salicílico para la medida del pH intracelular e. las células de Ehrlich y en escherichia coli.* Francisco Javier García-Sancho Martín. (Medicina, Farmacia y Veterinaria. Extranjero, 1974).
48. — *Relación entre iones calcio, fármacos ionóforos y liberación de noradrenalina en la neurona adrenérgica periférica.* Antonio García García. (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1975).
49. — *Introducción a los espacios métricos generalizados.* Enrique Trillas y Claudi Alsina. (Matemáticas. España, 1974).
50. — *Síntesis de antibióticos aminoglicosídicos modificados.* Enrique Pando Ramos. (Química. España, 1975).
51. — *Utilización óptima de las diferencias genéticas entre razas en la mejora.* Fernando Orozco y Carlos López-Fanjul. (Biología Genética. España, 1973).
52. — *Mecanismos neurales de adaptación visual a nivel de la capa plexiforme externa de la retina.* Antonio Gallego Fernández. (Biología Neurobiología. España, 1975).
53. — *Compendio de la salud humana de Johannes de Ketham.* M^a. Teresa Herrera Hernández. (Literatura y Filología. España, 1975).
54. — *Breve introducción a la historia del Señorío de Buitrago.* Rafa Flaquer Montequí. (Historia. España, 1975).
55. — *Una contribución al estudio de las teorías de cohomología generalizadas.* Manuel Castellet Solanas. (Matemáticas. Extranjero, 1974).
56. — *Fructosa 1,6 Bisfosfatasa de hígado de conejo: modificación por proteasas lisosomales.* Pedro Sánchez Lazo. (Medicina, Farmacia y Veterinaria. Extranjero, 1975).
57. — *Estudios sobre la expresión genética de virus animales.* Luis Carrasco Llamas. (Medicina, Farmacia y Veterinaria. Extranjero, 1975).
58. — *Crecimiento, eficacia biológica y variabilidad genética en poblaciones de dípteros.* Juan M. Serradilla Manrique. (Ciencias Agrarias. Extranjero, 1974).

59. — *Efectos magneto-ópticos de simetría par en metales ferromagnéticos.* / Carmen Nieves Afonso Rodríguez. (Física. España, 1975).
60. — *El sistema de Servet.* / Angel Alcalá Galve. (Filosofía. España, 1974).
61. — *Dos estudios sobre literatura portuguesa contemporánea.* / David Mourão-Ferreira y Vergilio Ferreira. (Literatura y Filología, 1977).
62. — *Sistemas intermedios.* / María Manzano Arjona. (Filosofía. España, 1975).
63. — *A la escucha de los sonidos cerca de T_λ en el ^4He líquido.* / Félix Vidal Costa. (Física. Extranjero, 1974).
64. — *Simulación cardiovascular mediante un computador híbrido.* José Ramón Farré Muntaner. (Ingeniería. España, 1976).
65. — *Desnaturalización de una proteína asociada a membrana y caracterización molecular de sus subunidades.* / José Manuel Andreu Morales. (Biología. España, 1976).
66. — *Desarrollo ontogénico de los receptores de membrana para insulina y glucagón.* / Enrique Blázquez Fernández. (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1976).
67. — *La teoría de los juegos semánticos. Una presentación.* / Juan José Acero Fernández. (Filosofía. Extranjero, 1974).
68. — *El problema de la tierra en el expediente de Ley Agraria.* / Margarita Ortega López. (Historia. España, 1976).
69. — *Razas vacunas autóctonas en vías de extinción. (Aportaciones al estudio genético).* / Miguel Vallejo Vicente. (Medicina, Farmacia y Veterinaria. España, 1976).
70. — *Desviaciones del sistema y de la norma de la lengua en las construcciones pronominales españolas.* / María Antonia Martín Zorraquino. (Literatura y Filología. España, 1974).
71. — *Sociología del ejército español en el siglo XIX.* / Fernando Fernández Bastarreche. (Historia. España, 1977).
72. — *La filosofía hegeliana en la España del siglo XIX.* / Juan Francisco García Casanova. (Filosofía. España, 1976).

- 73.— *Procesamiento de datos lingüísticos. Modelo de traducción automática del español al alemán.* / Montserrat Meya Llopart. (*Literatura y Filología. Extranjero*, 1976).
- 74.— *La Constitución de 1931 y la autonomía regional.* / Adolfo Hernández Lafuente. (*Ciencias Sociales. España*, 1976).
- 75.— *El modelo constitucional español del siglo XIX.* / Miguel Artola Gallego. (*Historia*, 1979).

